Algunas sucesiones interesantes

La sucesión de Fermat

Pierre Fermat conjeturó que la sucesión generada por el siguiente término general es una sucesión de números primos.

$$a_n = 2^{2^n} + 1$$

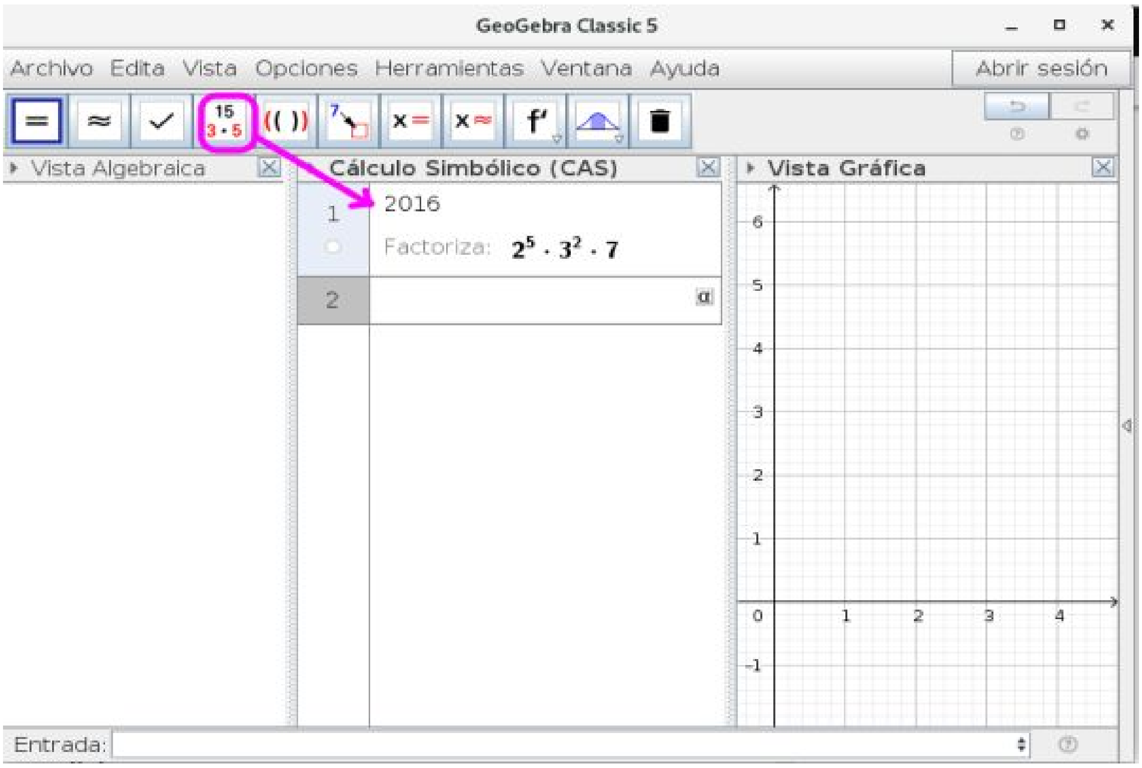
El mismo Fermat pudo encontrar un contraejemplo que refutó su conjetura.

Con una computadora es posible realizar el trabajo de Fermat en muy poco tiempo, solo se deben ir calculando los términos de la sucesión y analizando si son o no primos.

Para analizar si son primos o compuestos se puede :

- Usar la vista CAS de Geogebra:

Se coloca el número en el renglón de la ventana de *"Cálculo Simbólico"* y luego se selecciona la herramienta **Factoriza** . Si el número es compuesto realizará la descomposición en factores primos. Si es primo, solo volverá a escribir el número.



- Podemos usar una calculadora como aparece en la siguiente página: https://matematicasies.com/Averiguar-si-un-numero-es-primo
- O podemos hacer un programa en algún lenguaje de programación. El siguiente es un ejemplo realizado en Python.

```
print "ingresa un numero natural"
a=input ("a=")
d=[x for x in range(1,a+1) if a%x==0]
if d==[1,a]:
   print True
else:
   print False
```

La sucesión de los números de Mersenne

El sacerdote, matemático y filósofo Marín Mersenne también pensó haber encontrado una sucesión de números primos.

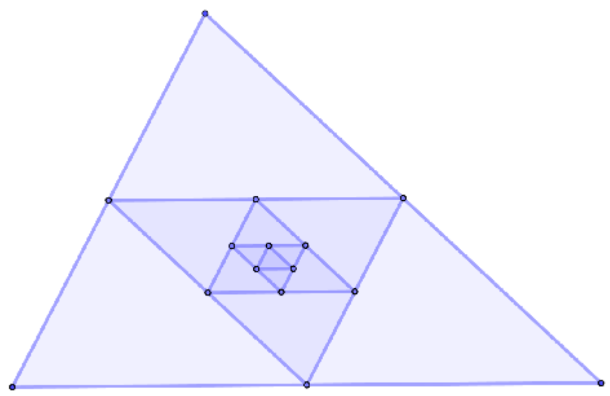
La sucesión es la generada con el siguiente término general : $a_n = 2^n - 1$

Es posible investigar cuáles de estos números son primos y cuáles no de la misma manera que se planteó con la sucesión de Fermat.

En ambos casos es interesantes indagar qué matemáticos trabajaron con dichas sucesiones y quiénes encontraron contraejemplos a la conjetura de que la sucesión es de números primos.

La sucesión de los triángulos mediales

Consideremos un triángulo cualquiera y luego el triángulo formado por los puntos medios de los lados del mismo. Este triángulo que se obtiene se denomina triángulo medial. Si vamos generando el triángulo medial de cada triángulo obtenido tendremos una sucesión de triángulos.



Podemos analizar la sucesión de los perímetros de los triángulos y las de las áreas.

Se puede demostrar que cada triángulo tiene un perímetro igual a la mitad del perímetro del triángulo anterior.

Si partimos de un triángulo de perímetro 1u la sucesión de los perímetros de los triángulos mediales tendrá como término general :

$$a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$$

Podemos también comprobar que un triángulo medial divide al triángulo en cuatro triángulos iguales por lo que el área de un triángulo medial es la cuarta parte del triángulo.

Si partimos de un triángulo de área 1 u^2 se genera una sucesión de término general :

$$a_n = \frac{1}{4^{n-1}}$$

Autor: Borbonet, Sylvia

Bibliografía del recurso: Guzmán, M; Cólera, J; Salvador, A. (1987) *Matemáticas, Bachillerato 2.* Anaya, España.

Fecha de publicación: 27 de mayo del 2020.