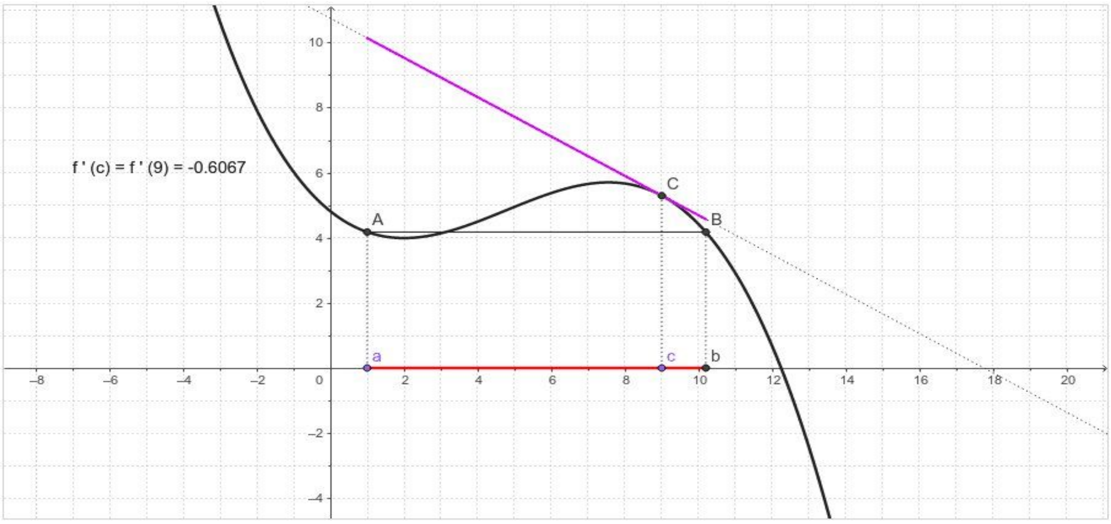
Funciones derivables- Teoremas de Rolle y de Lagrange

Actividad 1:

- Dibuja una función continua en [a,b] y derivable en (a,b) con f(a) = f(b).
- ¿Existen puntos en (a,b) en los cuales la derivada es 0?
- ¿Podrías dibujar una función que cumpla las mismas condiciones y en la que no haya ningún punto con derivada 0?

Puedes ver en el siguiente applet de Geogebra lo que acabas de concluir que se traduce en la hipótesis y tesis del teorema de Rolle.



https://www.geogebra.org/m/ceegtwyz

Teorema de Rolle

Hipótesis

f es continua en [a,b]

f es derivable en (a,b)

f(a)= f(b)

Tesis

Existe al menos un c que pertenece al intervalo (a,b) tal que f '(c)=0

Ejercicio:

a) Estudiar si se verifica el teorema de Rolle en el intervalo [0, 4] de la función:

$$f(x)=\begin{cases} e^x(x-4) & x<0 \\ \dfrac{2x^2-4}{x-4} & x\geq 0 \end{cases}$$

b) ¿y en el intervalos [0 , 0.5]?

Actividad 2:

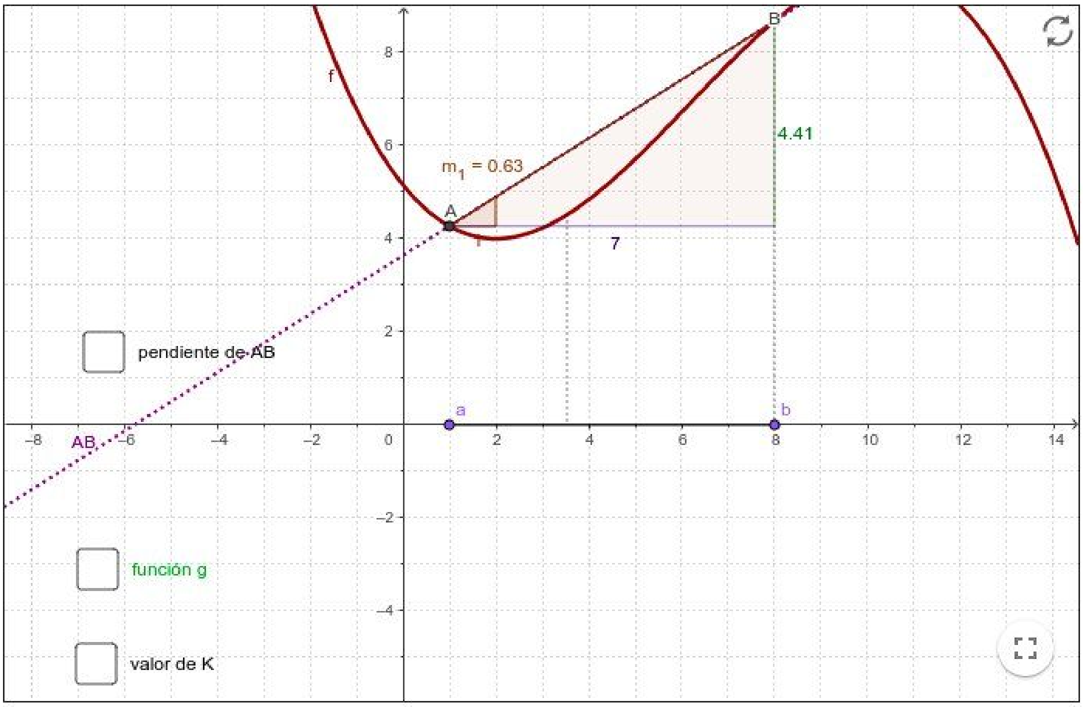
Dibuja una función continua en [a,b] y derivable en (a,b). ¿Existe algún punto de la función donde la tangente en ese punto a la curva sea paralela a la recta que pasa por los puntos A(a,f(a)) y B(b,f(b))?

Teorema de Lagrange

Hipótesis f es continua en [a,b] y f es derivable en (a,b)

Tesis Existe al menos un c que pertenece al intervalo (a,b) tal que f '(c) es igual a la pendiente de la recta determinada por los puntos A(a,f(a)) y B(b,f(b)).

Trabajemos con el siguiente applet realizando los pasos que encuentras debajo de él.



https://www.geogebra.org/m/dvtkfnsd

Se ha representado en él la función f y la recta que pasa por los puntos A(a,f(a)) y B (b,f(b)).

Consideremos el intervalo [a,b] en esta caso en el intervalo [1,8].

Observa y contesta:

- ¿La función f es continua en [a,b]? ¿Es derivable en (a,b)?
- Consideremos la pendiente de la recta AB, ¿podrías averiguarla en función de las coordenadas de los puntos A y B?
- Haz clic en la casilla de control “pendiente de AB” para poder ver si lo hiciste correctamente.
- Consideremos una función auxiliar *g* tal que g(x)= f(x)-kx. Haz clic en la casilla de control “función *g”, ¿qué se ha representado?*
- ¿Cuál es la imagen de 1 y de 8 en la función g? ¿Cumple las hipótesis de Rolle la función g en el intervalo [1,8]? ¿Cómo justificas tu respuesta a la pregunta anterior?
- Según las respuestas de las partes antes citadas ¿podremos asegurar que g'(c)=0 para algún c perteneciente al intervalo (1,8)?
- Mueve el punto c sobre el eje x para lograr encontrar el valor de c que verifique lo anterior.
- Para ese valor de c, ¿Como son las rectas AB y la tangente al gráfico de la función *f* en c? ¿Qué podemos asegurar respecto de f'(c) y la pendiente de la recta AB?
- A partir de lo que acabas de concluir calcula el valor de *k* para que la igualdad se cumpla.
- Comprueba con el applet el valor de *k* que hallaste seleccionando la casilla *valor de k.*

Ejercicios:

1) ¿Se puede aplicar el teorema de Lagrange a f / $f(x) = 4x^2 - 5x + 1$ en [0, 2]?
2) ¿Se puede aplicar el teorema de Lagrange a f / $f(x) = 1/ x^2$ en [0, 2]?
3) Calcular un punto del intervalo [1, 3] en el que la tangente a la curva f / $f(x) = x^3 - x^2 + 2$ sea paralela a la recta determinada por los puntos A(1, 2) y B(3,20). ¿Qué teorema garantiza la existencia de dicho punto?

Autores: Mary Curbelo , Sylvia Borbonet.

Créditos:
Curbelo,M. Teorema de Lagrange ,[applet] ,© 2019 International GeoGebra Institute.
Curbelo,M. Teorema de Rolle ,[applet] ,© 2019 International GeoGebra Institute.

Bibliografía:

Balparda,O. Lois, L. Sbárbaro,M (2007) *Matemática de sexto*. Montevideo , Ediciones de la Plaza.

Fecha de publicación: