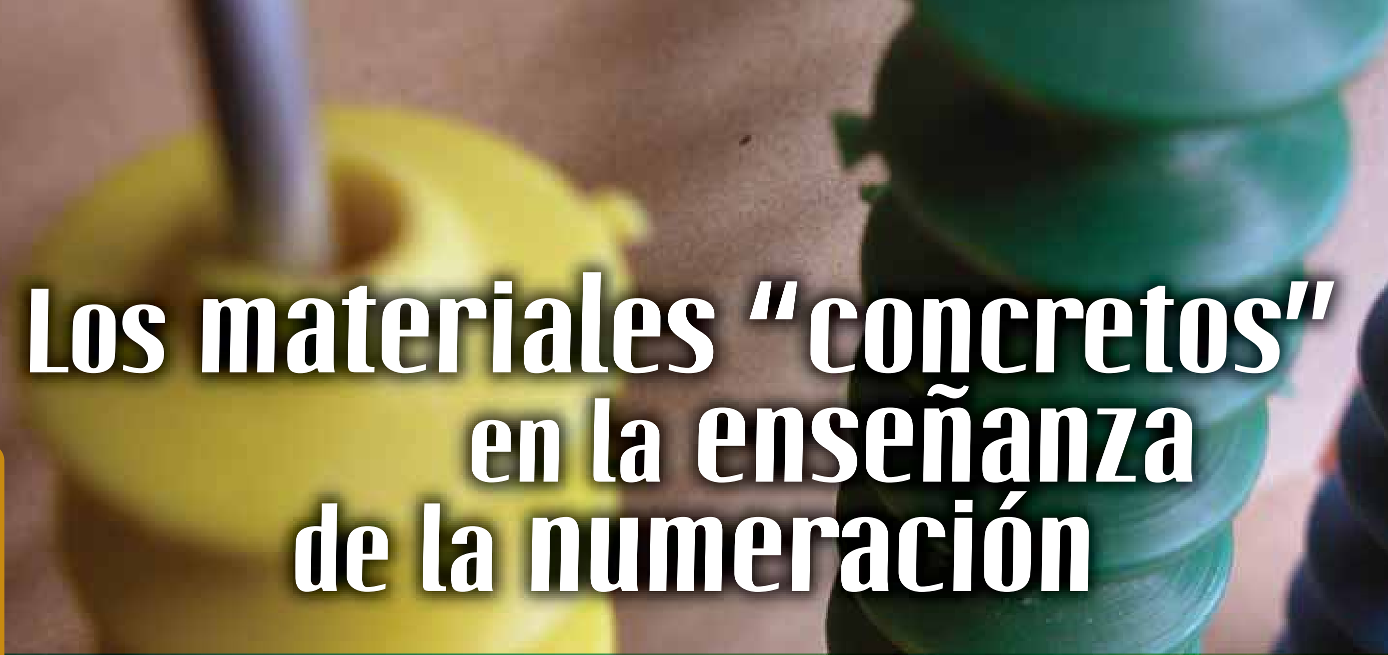


Los materiales "concretos" en la enseñanza de la numeración

Alicia Silva Palumbo | Maestra. Formadora de maestros en Enseñanza de la Matemática.
Carlos Varela Colombo | Maestro. Formador de maestros en Enseñanza de la Matemática.

Sabemos que a la Escuela Inicial y Primaria le compete enseñar los números, y que este tema comprende la enseñanza de una herramienta matemática fundamental como es el **Sistema de Numeración Decimal**. Para enseñar el contenido matemático que llamamos **numeración** y que abarca el trabajo tanto con el sistema de numeración decimal como con el número, históricamente hubo diversos modelos, basados sin duda en diferentes concepciones del enseñar y del aprender. De estas diversas formas de enseñar, a partir de la segunda mitad del siglo XX, predominó la que puso el acento en el uso de materiales variados para la enseñanza de los números. Se basó en una concepción fundada en corrientes pedagógicas, de las cuales G. Mialaret, B. Beauverd, Z. P. Dienes son los más conocidos representantes.

En este artículo pretendemos analizar los fundamentos del uso de estos materiales en las prácticas tradicionales de aula y nutrirnos de los aportes de la investigación actual de la Didáctica de la Matemática, que muestran la inconsistencia de esos fundamentos a la vez que aportan reflexiones diferentes para la enseñanza de la numeración.

En la década del 60, Mialaret afirma que no hay cálculo sin objetos, «*primero de objetos muy diversos… fáciles de reunir y juntar sobre una mesa… mediante numerosas manipulaciones. Luego el material para contar perderá su carácter pintoresco a fin de ayudar al niño a pasar de lo concreto a lo abstracto (…) fichas, las tapitas de botella, los trocitos de madera*». En esta etapa, que el autor llama de iniciación al número, sostiene además que la variación de materiales es «*para facilitar los ejercicios de repetición que siguen siendo indispensables para la fijación de las adquisiciones*» (Mialaret, 1962:33). Todas son recomendaciones que muestran el criterio pedagógico de estas intervenciones acerca de la enseñanza del sistema de numeración; idea que apunta a la "fijación" del conocimiento mediante la repetición, aspecto que ha caracterizado a los modelos más tradicionales.

El mismo Mialaret señala ciertas etapas prefijadas que son: *ejercicios de iniciación con el uso de los materiales; ejercicios de aplicación para saber si el alumno ha comprendido; ejercicios de entrenamiento para fijar los conocimientos y finalmente el control*.

En su libro *Reinventando la aritmética II*, Constance Kamii plantea que en los Estados Unidos, en la década del 80, se sostenía que el aprendizaje comienza siempre en el nivel concreto, después pasa al semiconcreto, al simbólico y, finalmente, a los niveles abstractos. Así, los alumnos aprenden en primer lugar a contar objetos reales; después cuentan objetos en dibujos; y, por último, generalizan relaciones numéricas. Según esta autora, «*esta teoría se basa en supuestos empíricos, según los cuales todo conocimiento se adquiere a partir de la interiorización del exterior*» (Kamii, 1989:26).

En las propuestas de uso de materiales, basadas en el criterio que venimos describiendo, no se observa una distinción entre el conteo y el sistema de numeración decimal, dado que el material se usa tanto para contar como para trabajar con los símbolos numéricos.

Estas propuestas permearon el trabajo en las aulas durante mucho tiempo y también dieron lugar a la preparación, por los pedagogos citados y muchos otros de la época, de materiales para la enseñanza del número. Estas orientaciones marcaron fuertemente las prácticas de enseñanza y aún lo siguen haciendo en la supuesta creencia de que siempre nuestro trabajo debe ir en una progresión "de lo concreto a lo abstracto, de lo simple a lo complejo".

En esta línea de trabajo, la enseñanza de la serie numérica hasta la primera decena se produce a partir del uso de constelaciones. Mialaret sostiene la importancia de graduar lo que él llama "ejercicios" y que deben estar en sucesión, en el entendido que el alumno "pasa" del cálculo concreto al cálculo abstracto, como expresión sinónima de ir desde lo fácil a lo difícil; en sus palabras *«la operación manual precede la operación matemática»* (Mialaret, 1962:50).

Si se revisa la bibliografía de este período, se podrá apreciar que hubo mucha literatura que aconsejó y enfatizó el uso de materiales para la enseñanza de la numeración.

El conteo de material, ya sea real o figurativo, va siendo acompañado por la escritura del número con las cifras, pero ¿cómo se establece la correspondencia entre el conteo del objeto 99 y su escritura en cifras, y el conteo del objeto 100 y su escritura correspondiente? Esto no se puede observar al contar objetos.

A los efectos de proseguir analizando la enseñanza del sistema de numeración decimal en relación al uso de los materiales, invitamos al lector a realizar un recorrido a la luz de investigaciones que muestran cuáles son las características fundamentales que lo diferencian y que tienen implicancias directas en la enseñanza. Con aportes de la investigadora Geneviève Guitel y de George Ifrah sobre la invención de las cifras, vamos a incursionar en las características fundamentales del sistema de numeración decimal, de origen hindú. Para no poner en el debate a los múltiples sistemas de numeración[1], vamos a referirnos a otro muy conocido en nuestro medio que también forma parte del Programa Escolar, como es el **Sistema de Numeración Romano**.

¿Qué diferencia tiene el Sistema de Numeración Decimal en cuanto a la representación de sus cifras en relación al Sistema de Numeración Romano?

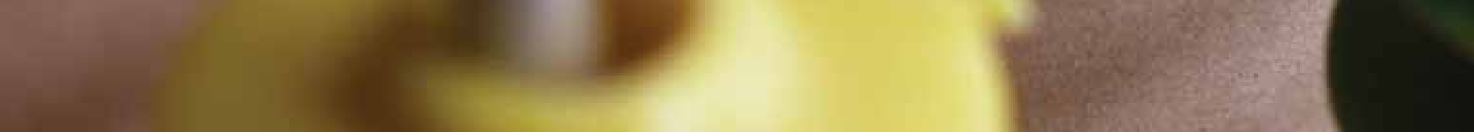
Antes de proseguir, debemos precisar con qué conjuntos numéricos trabajan estos sistemas. No hay literatura que confirme que el sistema de numeración romana empleara otro conjunto numérico que no fuera el conjunto de los naturales. El sistema de numeración decimal ha podido utilizar otros conjuntos como los racionales y los irracionales. Por eso, en este trabajo compararemos el conjunto de los Números Naturales, en ambos sistemas.

Los dos sistemas comparten una característica que es la base 10 (aunque el romano utiliza también como base auxiliar a la base 5).

En el sistema de numeración romano, el agrupamiento de 10 al llegar a la primera potencia tiene un símbolo específico (X); la segunda potencia tiene otro (C); la tercera, otro (M).

En el sistema de numeración decimal, la primera, segunda y tercera potencia: 10, 100, 1000 no utilizan cifras diferentes, sino que son las mismas cifras que cambian de lugar y que aumentan en cantidad.

[1] No es el objetivo de este trabajo, pero si se desea ampliar información, consultar la bibliografía adjunta.



Para distinguir cuándo un número es mayor que otro, en la numeración romana, es necesario conocer el valor independiente de cada uno de los símbolos, no se puede deducir de la cantidad de símbolos que tiene el número. Por ejemplo, ¿cuál es mayor: CMXCIX o M? Precisamente, predecir el mayor valor de un número natural apelando a la mayor cantidad de cifras es una posibilidad que ofrece el sistema de numeración decimal. 99 es menor que 100, juicio que se emite solamente por observar la cantidad de cifras de uno y otro número.

Pero además, conocer el número anterior no nos permite deducir el siguiente de la secuencia. ¿Sabemos por deducción de la escritura cuál es el símbolo que viene después del IX?

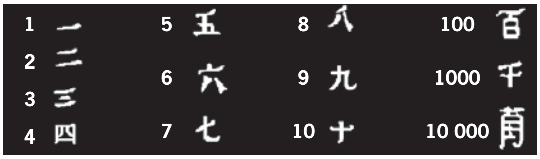
NUMERACIÓN ROMANA	
Nº	Siguiente
IX →	X
XCIX →	C
CMXCIX →	M

Si analizamos esta tabla, la escritura correspondiente al 10, al 100 y al 1000 no tiene ninguna relación con la escritura de los números anteriores. Nos referimos a que en sistemas no posicionales, las potencias se escriben con un símbolo diferente, si bien el sistema de numeración romano, al incluir la resta, muestra este símbolo en el número anterior. Como sabemos, en el sistema de numeración decimal, las potencias de la base se escriben empleando las mismas cifras, dado que el valor de cada una de ellas está indicado por la posición que ocupan. En el sistema posicional, después de los nueve primeros números, el símbolo cambia hasta que se agota la cantidad de numerales que corresponden a la base 10. A partir de allí, para formar el diez, se va a necesitar utilizar nuevamente el 0 y el 1, pero ya otorgándole al 1 un nuevo valor en la nueva posición, y que es precisamente el valor de la *base 10*. Es decir que el 9 nos indica que luego sigue un número de dos cifras, así como el 99 "anuncia" un número de 3 cifras, manteniéndose esta secuencia de 3 cifras a 4, y así sucesivamente.

Geneviève Guitel, investigadora francesa, dedicó 30 años a investigar los sistemas de numeración. Después de comparar un significativo número de estos sistemas, clasificó a la evolución de estos en progresión histórica, a los que llamó:

- **aditivos**, sus cifras solo se suman;
- **híbridos**, combinan suma y multiplicación por el orden correspondiente;
- **posicionales**, que son los sistemas que prescinden de la multiplicación explícita, sustituyéndola solo por cifras cuya posición indica la potencia de la base. El sistema de numeración decimal pertenece al rango más elevado de esta categoría.

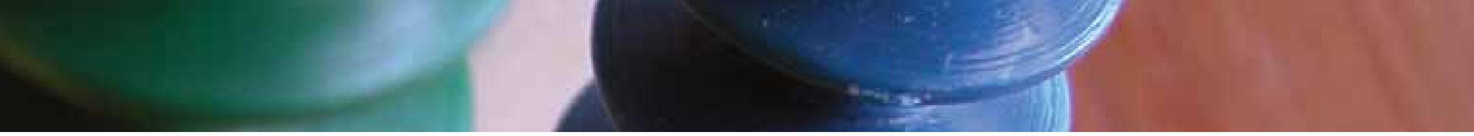
Un ejemplo de sistema híbrido es el chino. Para escribir el número 5789 se procedía de la siguiente manera: 5x1000 7x100 8x10 9 (por supuesto empleando simbología que se ejemplifica). Se multiplica en forma explícita el dígito por el orden correspondiente, mostrándose claramente este aspecto en la escritura: en lugar de 4 cifras, aparecen 3 cifras acompañadas de sus respectivas potencias, salvo las unidades.



El sistema de numeración romano pertenece al primer grupo -aditivos- porque para saber cuál es el número que escribimos, tenemos que sumar el valor único de cada uno de los símbolos: CCCXXIII - 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 323.

En el sistema de numeración decimal, si pretendiéramos escribir el 323 utilizando el criterio de sumar las cifras como en el sistema de numeración romano, diríamos que escribimos el 8 y esto no es correcto porque se debe sumar el valor que es dependiente de la posición[2]. Solamente en la primera posición, el 3 vale la unidad, en la segunda el 2 vale dos decenas, y el otro 3 vale 300; al ser un sistema posicional, las cifras no son independientes, sino que están sujetas a la posición que ocupan.

[2] Recordamos al lector que llamamos primera posición al orden de las unidades, segunda posición al orden de las decenas y así sucesivamente.



Estas diferencias entre estos sistemas hacen que la interpretación del sistema de numeración romano sea mucho más sencilla que la del sistema de numeración decimal, porque la operación implícita está a la vista, lo que no sucede en nuestro sistema. A esto es lo que la investigadora Geneviève Guitel ha calificado de "hermetismo", porque no transparenta las operaciones implícitas.

La condición de aditivo, según los autores Guitel e Ifrah, la tuvieron los primeros sistemas inventados, la posicionalidad es la tercera conquista y gran solución de los sistemas de numeración. Será, además, la que abrirá el camino para la realización de cálculos, y podrá finalmente representarse a los números, sin los límites que impone la creación de nuevas cifras.

Esta conquista por sí sola tampoco explica la facilidad de la escritura y la posibilidad de realizar operaciones con cifras del sistema de numeración decimal hindú. Hay tres aspectos fundamentales que se conjugaron con la posicionalidad: poseer cifras que no dependen del conteo visual; tener un número de cifras equivalente a la base; y la cifra **cero**.

Utilizar un número de cifras equivalente a la base va a permitir memorizar solamente diez cifras con las que se puede representar cualquier cantidad. Esto significa sustituir el conteo visual de los primeros dígitos y la permanente creación de nuevos símbolos por cada nuevo número a representar. La cifra cero, última invención, permitió en los sistemas posicionales representar la ausencia de una posición evitando ambigüedades y confusiones en la escritura del número. Pero sobre todo facultó el cálculo con cifras, aspecto inédito hasta ese momento en los sistemas de numeración.

¿Qué estrategias de enseñanza se han utilizado en nuestras clases para enseñar la posicionalidad del Sistema de Numeración Decimal basándose en estos modelos que señalábamos al comienzo?

En primer lugar se recurrió al uso de materiales llamados concretos u otros estructurados como el cuadro color, el material multibase o el ábaco.

Diferentes autores han clasificado estos materiales en concretos y semiconcretos; otros hablan de estructurados y no estructurados; otros autores plantean materiales concretos y figurativos o icónicos.

¿Qué materiales se han usado y aún se usan para la enseñanza de la numeración?

1. Ábaco
2. Regletas de Cuisenaire
3. Plaquetas de Herbinière Lebert
4. Ataditos. Collares
5. Material multibase de Dienes
6. Material cuadro color
7. Bandas numéricas figurativas

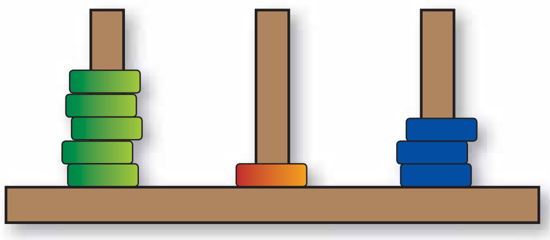
Podríamos acordar que algunos de estos materiales han sido creados con el objetivo específico de enseñar la numeración, como las plaquetas, el material multibase y el cuadro color. El ábaco, en cambio, ha sido "tomado prestado" de otras épocas en las que cumplía otra función. Y otros han sido seleccionados de objetos reales y se pueden usar para contar en el aula, por su practicidad, tales como maderitas, chapitas, botones, fichas, cuentas de colores. En este sentido, algunos de estos últimos se han utilizado también para hacer ataditos y collares.

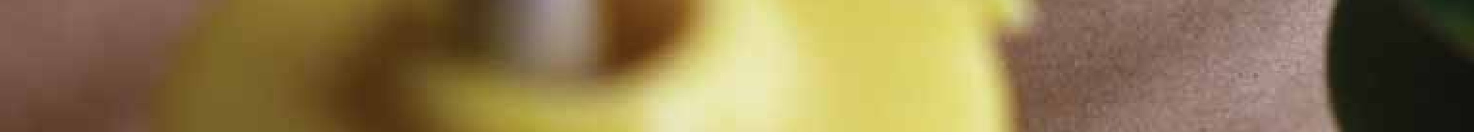
Veamos cada uno de estos materiales en particular.

Ábaco

El ábaco, que fue inventado hace muchos siglos como instrumento para realizar cálculos, ha sido utilizado en nuestras escuelas para representar números, basándose en la idea de que este soporte ayuda a la comprensión de la posicionalidad de las cifras. El ábaco utiliza el criterio de los órdenes (unidades, decenas, centenas), pero cada orden no utiliza cifras, sino que es necesario recurrir al conteo de las arandelas de cada vástago.

Si en el ábaco está representado el número 513, el niño puede llegar a escribir este número sin tener idea del valor de cada una de las cifras, simplemente recurriendo al conteo. En un vástago hay 5 arandelas, en otro hay 1 y en el otro hay 3, y supuestamente escribe el 513.





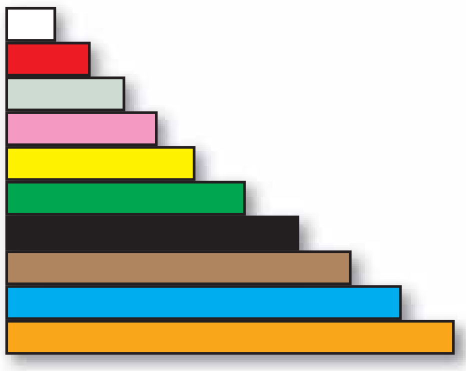
¿De qué manera el trabajar con este recurso ayuda a la comprensión del valor de cada una de las cifras? ¿Por qué el alumno sabe que esas 5 arandelas valen 500? ¿Porque el maestro se lo "comunica"? El maestro enseña que un vástago representa las unidades, el otro las decenas y el otro las centenas. ¿Qué significan para el niño estas palabras? ¿Ve al número como una totalidad?

Otro inconveniente es que para representar la ausencia de un orden, se deja el vástago vacío, aspecto que los sistemas de numeración posicionales tuvieron en sus primeras épocas y que se prestaba a confusiones; razón por la cual luego se inventa la cifra 0.

En realidad, el ábaco es un artificio más, que deforma al objeto de enseñanza, ya que para comprender el funcionamiento del sistema de numeración se recurre a un objeto que no da cuenta de las cifras, sino de la cantidad de arandelas de cada vástago.

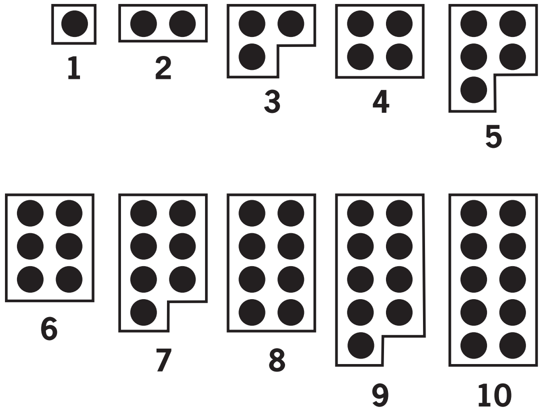
Regletas de Cuisenaire

Las regletas de Cuisenaire, también llamadas "números en color", son una colección de varillas coloreadas de longitudes que van desde 1 cm hasta 10 cm. Las regletas que tienen el mismo color, tienen también la misma longitud. Los distintos tamaños permiten ordenar las regletas, formando escaleras. También se pueden esquematizar las relaciones numéricas por la yuxtaposición de regletas: una regleta naranja equivale a 10 regletas blancas.



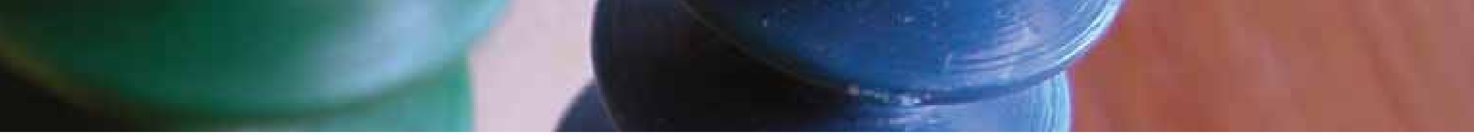
Refiriéndonos en particular a la posibilidad de actividades de conteo, este material que se basa en valores, no permite el recuento de la unidad en la misma regleta. Es decir, sabemos que la regleta amarilla vale 5, solo por el color.

Plaquetas de Herbinière Lebert



¿En qué se basa este material? Un aspecto básico es la configuración de constelaciones, similar a la del dado, que una vez memorizada permite el conteo rápido y la realización de cálculos uniendo una plaqueta con otra. ¿Qué aporta de diferente este material para la enseñanza de los números? ¿En qué mejora las actividades de conteo frente al uso de chapitas, maderitas, fichas?

- En relación a la enseñanza del sistema de numeración podemos afirmar que este material no aporta a la construcción del valor posicional. ¿Por qué? Si cada plaqueta tiene representado el número con puntos, al realizar la sucesión creciente, la diferencia entre una plaqueta y otra es un punto más. ¿Cuál es la diferencia entre la plaqueta 9 y la 10? Un punto. Sin embargo, la escritura cambió de una a dos cifras.
- Si bien habilita el conteo, se vuelve rígido porque se sustenta en configuraciones, es decir que tiende a la memorización de constelaciones. Cuando contamos objetos en la vida diaria, estos difícilmente están ordenados o presentados en configuraciones. Muchas veces no están a la vista y se procede al conteo mediante intermediarios: ejemplo de esto es el uso de los dedos para contar, siempre intermedian con objetos presentes o no, pero que pueden ser evocados.
  El conteo, para constituirse en herramienta, necesita de la diversidad de objetos para contar y no ceñirse a configuración alguna. Será importante que el alumno tenga la oportunidad de organizar por sí mismo el conteo y

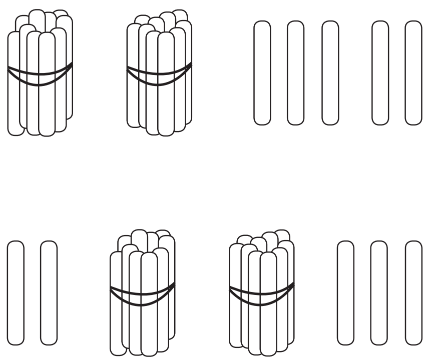


no ceñirse a configuración alguna. Será importante que el alumno tenga la oportunidad de organizar por sí mismo el conteo, dependiendo de la naturaleza del objeto a contar.

- El uso de estos materiales dificulta la comprensión del Sistema de Numeración. Al utilizarse solo en la escuela se vuelven objetos escolarizados.

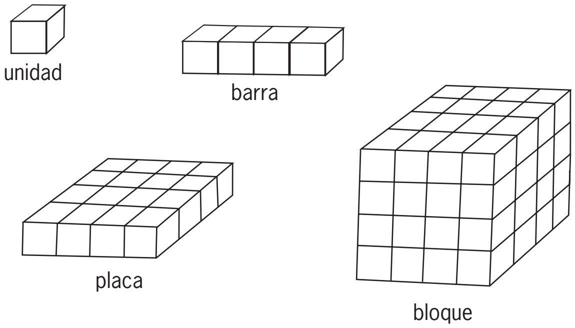
Ataditos

Para el análisis del uso de este material sigue teniendo vigencia lo expresado por Delia Lerner: *«Si uno le hace corresponder al número 25, por ejemplo, dos ataditos de diez y cinco palitos sueltos, sería lo mismo que uno dispusiera los elementos colocando primero un atadito de diez, cinco palitos sueltos en el medio y un atadito de diez después, o que uno eligiera cualquier otra de las disposiciones posibles. La posición deja de importar ya que, sea cual fuere el orden en que están colocados los ataditos y los palitos sueltos, siempre podrá entenderse que se trata del número 25. No hace falta, entonces, apelar a la posición para interpretar el número, no hace falta descubrir que ésta es una cuestión importante, que es la regla misma del sistema posicional»* (Lerner, 1999:57).



Bloques multibase de Zoltan Dienes

«El material se presenta en cajas de madera. Una para cada base de numeración y está compuesto de cubos, placas y barras de madera pulida, sin color a fin de conseguir una mayor abstracción. En cada caja se encuentra: unidades, barras, placas y bloques. Llevan unas ranuras, fácilmente apreciables a un cm de distancia.» (Dienes, 1971:6)



Este material fue elaborado con la finalidad de enseñar el Sistema de Numeración Decimal a partir del trabajo con diferentes bases, entre ellas, la base 10.

Posee el mismo problema que los ataditos en relación a que no cumple con la posicionalidad del sistema y, además, como el ábaco, no tiene la posibilidad de representar el cero.

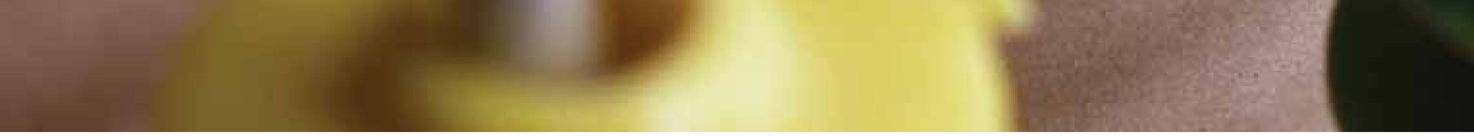
Material cuadro color

Este material estructurado fue creado por la maestra uruguaya Teresita González Lavarello. Consiste en un conjunto de piezas que tienen distinto tamaño y color: figuras llamadas "cuadrados rojos" que representan la decena y figuras llamadas "rectángulos azules" que representan las unidades. Con diez rectángulos azules se arma un cuadrado rojo.

La autora, apoyándose en los fundamentos de Mialaret, dice que para llegar al conocimiento abstracto del número es necesario pasar por una serie de fases o etapas. *«La actividad del niño (…) a través del uso del material concreto, de su experiencia personal en el conocimiento y dominio del mismo, predominará en su saber sobre una lección del maestro, por más brillante que sea. El color, la forma, el tacto, (…) lo conducirán a conclusiones y conocimientos seguros.»* (González Lavarello, s/f, "Introducción")

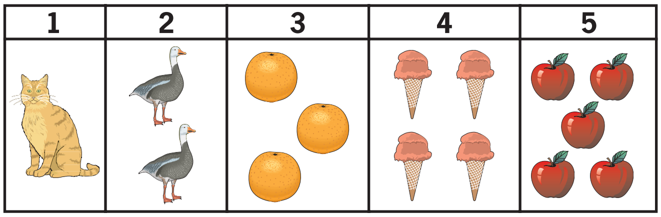
En las fichas individuales que acompañan el material se sugiere que, además de representar números, se armen muñecos, trencitos o letras y que se escriba el número que corresponde a esa figura formada.

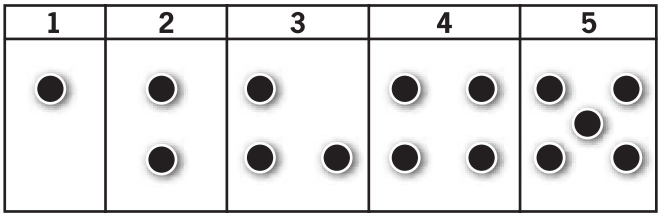
Los mismos argumentos que hemos citado para los otros materiales se aplican también a este, agregándole que el planteo de situaciones que dan lugar a la formación de figuras como muñecos, televisores u otros, deforman la función de los números escolarizando el objeto de enseñanza.



Bandas numéricas figurativas

Tradicionalmente se han usado bandas numéricas, en las cuales se hace corresponder el símbolo de los números con dibujos de objetos, o con las constelaciones de Herbinière Lebert o con las del dado.





Estas bandas figurativas han sido utilizadas como un recurso para representar la serie numérica en la cual el número indica el cardinal de la colección dibujada. Las bandas se formaban por agregación de una unidad, hasta el número que se trabajaba en ese grado de acuerdo a la planificación del docente.

La serie numérica incluye el cardinal y el ordinal. Presentados los números en estas bandas figurativas, solamente se centra el trabajo en el aspecto cardinal del número lo que, visto en sucesión, omite el ordinal. El trabajo con la banda numérica, escribiendo cada número por agregación de la unidad con el correspondiente cardinal expresado por dibujos, impide la comprensión por parte de los alumnos de que el 3 está incluido en el 4, el 4 en el 5, y así sucesivamente.

¿Qué cuestiones generales podemos afirmar con respecto a este conjunto de materiales analizados, tanto los creados especialmente como los objetos reales seleccionados para enseñar el sistema de numeración decimal?

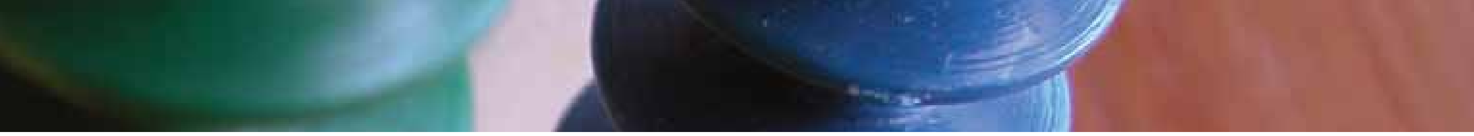
En primer lugar, cualquier material usado para comprender la posicionalidad significa poner al sistema de numeración en paralelo con otro sistema "figurativo" que pueda explicarlo. Es decir, si se usan ataditos o collares para representar la decena o la centena, o si se usan figuras como triángulos o círculos que representan valores de decena o centena, esto significa que se trabaja con un sistema paralelo que actúa como una traducción del sistema a enseñar. Algo similar sucede si pretendemos enseñar el Sistema de Numeración Decimal a partir del Sistema de Numeración Romano.

Ante la dificultad que se presenta para comprender por qué una cifra cambia de valor al cambiar de lugar, se ha creído que un atadito de 10 puede "mostrarlo" al igual que un diagrama que encierre 10 objetos, o una arandela que represente 10 o 1000, o una figura geométrica que tenga igual función.

Este criterio de enseñar un saber con otro en paralelo, donde uno oficia de traductor del otro, requeriría sin duda de algunas condiciones: estos dos saberes deberían tener una equivalencia, es decir, remitir a las mismas cuestiones, con un nivel similar de complejidad; debería ser uno de ellos muy conocido por los alumnos para que el nuevo *saber* pueda ser relacionado. Estas condiciones se dan en la enseñanza de las lenguas, ya que es bastante factible que entre estas se puedan establecer paralelismos a partir de una conocida. Este último aspecto no se cumple en relación al Sistema de Numeración Decimal y estos otros posibles intermediarios: los ataditos, las figuras, el ábaco. Cualquiera de ellos es desconocido para los alumnos, es decir, no conocen el ábaco salvo que la escuela se lo presente, nunca interactuaron con ataditos de decenas, o con figuras geométricas con estos valores. Trabajar con estos materiales implica, desde el comienzo de la enseñanza, que el alumno precise otro "sistema" para aprender el Sistema de Numeración Decimal.

En relación a la equivalencia entre los sistemas, en ninguno de estos materiales están considerados los aspectos fundamentales que mencionamos al establecer la diferencia entre el Sistema de Numeración Decimal y el Sistema de Numeración Romano: poseer cifras que no dependen del conteo visual; tener un número de cifras equivalente a la base; y la cifra cero. Los ataditos y las arandelas utilizan como criterio el conteo visual, la cifra 9, por ejemplo, no remite a ningún conteo como ninguna de las otras cifras.

Si retomamos lo planteado por Guitel en relación a la evolución de los sistemas de numeración, utilizar estos materiales implica volver a trabajar con criterios que fueron superados.



No olvidemos que los sistemas aditivos son los primeros en la clasificación establecida por la citada autora y que estos fueron superados por los otros sistemas.

Sin duda, la elaboración de una herramienta como el sistema de numeración supuso muchas transformaciones que fueron sustituyendo aspectos que se mostraban como inoperantes. Una de esas transformaciones es utilizar la posición para indicar el valor de los órdenes, reemplazando a la aditividad de las cifras y a la operación que había comenzado a aparecer en los sistemas híbridos. A partir de esta sustitución, la operación va a estar implícita en la posición. Este aspecto, que es el que permite realizar operaciones con números, no puede ser enseñado con otro sistema ni con otros sistemas sustitutos, ni puede ser "mostrado" con material alguno. **El Sistema de Numeración Decimal tiene que ser enseñado a partir del trabajo con los elementos propios del sistema de numeración.** Por esta razón es que el estudio de la escritura de los números y de sus regularidades emerge como una herramienta didáctica poderosa para comprender estos aspectos que no son visibles ni transparentes.

Ya en 1994, Delia Lerner y Patricia Sadovsky, a partir de la investigación sobre la apropiación del sistema de numeración por parte de los alumnos, recomendaban enfáticamente el trabajo con la numeración escrita. *«Del uso a la reflexión y de la reflexión a la búsqueda de regularidades, ese es el recorrido que propondremos una y otra vez.»* (Lerner; Sadovsky, 1994:141)

¿Qué podemos afirmar como síntesis del análisis realizado?

- El uso de estos materiales deforma el objeto de enseñanza: la numeración.
- La numeración enseñada con estos materiales pierde sus características esenciales: poseer cifras que no dependen del conteo visual; tener un número de cifras equivalente a la base; y poseer la cifra cero.
- Fundamentalmente se pierde la comprensión de la posicionalidad, aspecto que habilita la escritura de cualquier número.
- El uso del "material concreto" no ayuda a comprender los cálculos con cifras, gran avance que permitió nuestro sistema de numeración.

¿Qué líneas de trabajo se abren a partir de este análisis?

Algunas de las líneas de trabajo que se abren en relación a la enseñanza del sistema de numeración y al número, es decir, en relación a la enseñanza de la numeración en general son:

- El trabajo a partir de la escritura de los números y la búsqueda de sus regularidades.
- El trabajo de conteo de colecciones de objetos variados, pero ya no asociado al valor posicional de las cifras.

Teniendo en cuenta estas recomendaciones, abordar la numeración a lo largo de todo el ciclo escolar implica necesariamente atender a sus múltiples aspectos: las regularidades del Sistema de Numeración Decimal; el orden; el valor posicional; la composición y descomposición de cantidades; el conteo y las diferentes representaciones del número.

Los números y las relaciones que se establecen entre ellos emergen como un recurso privilegiado, ocupando ahora el protagonismo en la enseñanza.

Bibliografía

BEAUVERD, B. (1967): *Antes del cálculo*. Buenos Aires: Kapelusz.

DIENES, Zoltan Paul (1971): *Cómo utilizar los bloques multibase*. Barcelona: Ed. Teide.

FRICKE, A.; BESUDEN, H. (1968a): *Cálculo operativo con reglitas de colores*. Buenos Aires: Kapelusz.

FRICKE, A.; BESUDEN, H. (1968b): *El cálculo y las operaciones con ayuda del método Cuisenaire*. Buenos Aires: Kapelusz.

GONZÁLEZ LAVARELLO, Teresita (s/f): *Fichas individuales con material Cuadro Color.* Montevideo: Aula.

GUITEL, Geneviève (1975): *Histoire comparée des numérations écrites*. Paris: Flammarion.

HERNÁNDEZ PINA, Fuensanta; SORIANO AYALA, Encarnación (1999): *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: La Muralla.

IFRAH, Georges (1987): *Las cifras. Historia de una gran invención*. Madrid: Alianza Editorial.

KAMII, Constance (1989): *Reinventando la aritmética II*. Madrid: Ed. Aprendizaje Visor.

KAMII, Constance (1995): *Reinventando la aritmética III*. Madrid: Ed. Aprendizaje Visor.

LERNER, Delia (1999): "Reflexiones sobre: Uso del Material concreto en Matemáticas. Problemas de la Vida cotidiana" en Revista *QUEHACER EDUCATIVO* Nº 34 (Marzo), pp. 56-60. Montevideo: FUM-TEP.

LERNER, Delia; SADOVSKY, Patricia (1994): "El sistema de numeración: un problema didáctico" (Cap. V) en C. Parra e I. Saiz (comps.): *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Ed. Paidós Educador.

MAZA, Carlos (1995): *Aritmética y representación. De la comprensión del texto al uso de materiales*. Buenos Aires: Ed. Paidós.

MIALARET, Gaston (1962): *Pedagogía de la iniciación en el cálculo*. Buenos Aires: Kapelusz.

RODRÍGUEZ RAVA, Beatriz; SILVA PALUMBO, Alicia (2003): *La enseñanza del Sistema de Numeración*. Investigación realizada en el marco del CEP. Montevideo.