suma+ 86
Secciones
Noviembre 2017
pp. 83-88

Tareas ricas para clasificar y describir figuras

David Barba Uriach
Cecilia Calvo Pesce

En esta entrega propondremos analizar un conjunto de tareas ricas asociadas al estudio de figuras planas o tridimensionales que permiten generar un ambiente de clase centrado en la comunicación y en la construcción del conocimiento a partir de la voz de los alumnos. Al igual que Afzal Ahmed en su libro *Better Mathematics: A Curriculum Development Study*, entendemos por tareas ricas aquellas que en un inicio son accesibles a todos los alumnos, pero que permiten plantear nuevos retos a partir del enunciado inicial y que invitan a los alumnos a tomar decisiones, a especular, formular hipótesis, justificar, explicar, reflexionar, interpretar…, tareas que promueven el debate y la comunicación, alentando preguntas del tipo «¿qué pasaría si?».

Defendemos la opinión de que en primaria la geometría se puede trabajar a partir de actividades que, como piezas de un puzle, pueden intercambiarse sin tener que seguir un orden previamente definido. Lo que debemos tener claro cuando diseñamos estas actividades es que representen un buen recubrimiento de los aspectos que se deben trabajar en el aula. Para ello debemos incluir:

— Actividades que trabajen con objetos geométricos en el plano, con objetos geomé-

Artículo solicitado por *Suma* en julio de 2017 y aceptado en septiembre de 2017

tricos tridimensionales y actividades que relacionen los objetos tridimensionales con sus representaciones planas (desarrollos, vistas, representaciones en perspectiva, etc.).

— Actividades que trabajen con objetos geométricos estáticos y actividades que estudien las transformaciones que se pueden realizar con objetos geométricos (giros, simetrías, ampliaciones, reducciones, distorsiones).

— Actividades que analicen las propiedades de las figuras más allá de la medida de su área, perímetro o volumen y actividades que ayuden a entender estas magnitudes más allá de conocer una serie de fórmulas. También debemos incluir actividades que impliquen la estimación previa a calcular esas medidas.

— Actividades que involucren:
  • Uso de materiales para manipular (de la vida cotidiana, como pueden ser envases, o didácticos como pueden ser el Polydron o el geoplano).
  • Construcción de cuerpos tridimensionales (por ejemplo, con plastilina) o de figuras planas (por ejemplo, plegando papel).
  • Representación de figuras planas o tridimensionales sobre diferentes tipos de papel (blanco, cuadriculado, con trama isométrica), a mano alzada, utilizando regla, compás, semicírculo y escuadra o utilizando un software (por ejemplo, Geogebra).

— Actividades que pidan identificar objetos geométricos, describirlos y representarlos.
  • Debemos proponer situaciones variadas para evitar que los alumnos reconozcan un objeto geométrico sólo en posiciones prototípicas y sean capaces, por ejemplo, de reconocer un prisma aunque no esté apoyado sobre una de sus bases o un triángulo rectángulo aunque sea su hipotenusa la que aparece paralela al margen inferior de la hoja.
  • También han de ser variadas nuestras propuestas en relación a las representaciones que pedimos a los alumnos, ya que son muy diferentes e igualmente importantes los requerimientos implicados en la representación de un cuadrado sobre una hoja cuadriculada, sobre un papel blanco o en Geogebra.
  • Las propiedades de un objeto forman parte de su descripción y conocer algunas de ellas es una parte importante del trabajo en geometría. Pero este conocimiento no ha de venir de la transmisión de información por parte del maestro o del libro, sino a partir del descubrimiento de patrones y regularidades de las figuras (por ejemplo, que los ángulos de un triángulo suman 180° o que todas las pirámides tienen la misma cantidad de caras que de vértices).
  • Las actividades que presentamos a los alumnos son las que determinan la extensión del vocabulario de geometría que desarrollamos en el aula ya que entendemos el aprendizaje de términos geométricos al servicio de las necesidades de descripción implicadas en la actividad.

Ejemplos de actividades

Geoplanos

Los geoplanos permiten proponer una cantidad enorme de actividades interesantes. En «Algunas actividades para hablar de medida» (*Suma* 77) y «Manipular, representar y describir figuras planas» (*Suma* 79) planteamos varias utilizando geoplanos de retícula cuadrada, pero también podemos proponer actividades sobre geoplanos isométricos o circulares como la de la figura 1.

Es muy importante ir más allá de representar los cinco triángulos posibles en el geoplano de 8 puntos, siete en el de 9 puntos, ocho en el de 10 puntos y diez en el caso de 11 puntos. Se puede ver, por ejemplo, que solo cuando la cantidad de puntos es par se pueden obtener triángulos rectángulos (dos en el caso de 8 puntos y también dos en el caso de 10 puntos) o que solo cuando

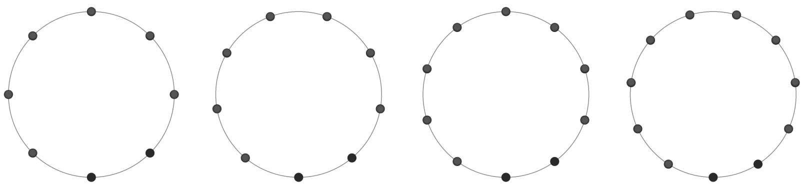

Figura 1. ¿Cuántos triángulos diferentes se pueden representar en cada uno de los siguientes geoplanos circulares? Clasifícalos.

la cantidad de puntos es múltiplo de tres se pueden obtener triángulos equiláteros.

Barras de Mecano

Las barras de Mecano son una buena excusa para proponer actividades como la que mencionamos en el artículo «Manipular, representar y describir figuras planas» (*Suma* 79) y que pedía cuántos triángulos diferentes se podían obtener con barras de 3, 4 y 5 cm. Pero también podemos proponer tareas similares con regletas Cuisenaire (figura 2).

En la figura 3 presentamos las tres posibles parejas de triángulos que se pueden formar con esas seis regletas. También aquí la parte más rica de la tarea está más allá de presentar estas tres soluciones, radica en la pregunta: ¿por qué no hay otras soluciones?

Tangram

El tangram también inspiró actividades ricas en el artículo «Manipular, representar y describir figuras planas» (*Suma* 79), pero hay muchas otras que podemos presentar.

Sin duda los requerimientos de la tarea cambian si proponemos la tarea a alumnos que no disponen de las piezas para manipular, pero también se puede proponer la tarea para ser realizada sobre papel o utilizando un simulador virtual del tangram. La búsqueda de razones por las cuales las once disposiciones de piezas son las únicas posibles, se complementa aquí con la discusión de que diferentes disposiciones de piezas nos llevan a la misma solución. La última pregunta permite extender la tarea acercándonos al trabajo del área desde la idea básica: la determinación de la cantidad de «unidades de área» que cubre la composición (figura 5).

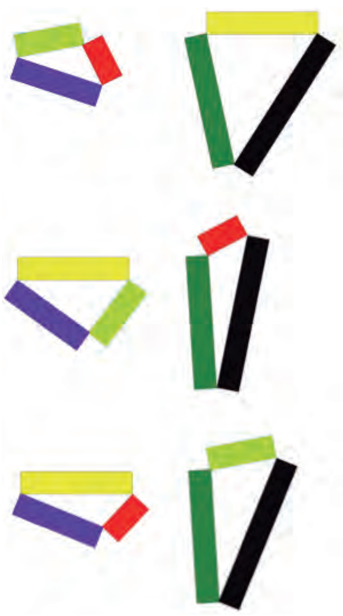

Figura 3

Figura 2. Representa una pareja de triángulos con seis regletas: la del 2, la del 3, la del 4, la del 5, la del 6 y la del 7. ¿Cuántas soluciones diferentes puedes dar? Verifica que en todas las soluciones, como mínimo uno de los dos triángulos es obtusángulo. ¿Cómo es, en cada caso, el otro triángulo?

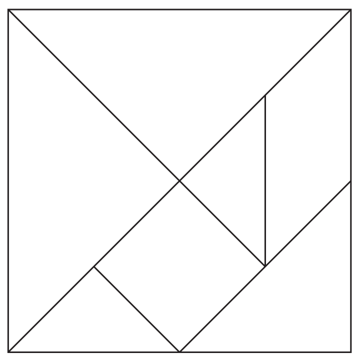

Figura 4. ¿Cuántos rectángulos diferentes se pueden obtener usando piezas del tangram clásico? Si la pieza más pequeña tiene área 1, ¿cuánto mide el área de cada rectángulo?

No es cuestión de quedarse solo en la geometría plana, debemos proponer tareas ricas en el contexto de la geometría del espacio. Y los diversos materiales existentes para construir poliedros a partir de sus caras (Polydron, Creator, Plot) nos permiten proponer tareas como la que surge de preguntarse cuántos poliedros convexos diferentes se pueden hacer usando únicamente piezas triangulares.

Se puede encontrar más información sobre este problema en el post «Poliedros con caras triangulares» del blog del *Puntmat* [1].

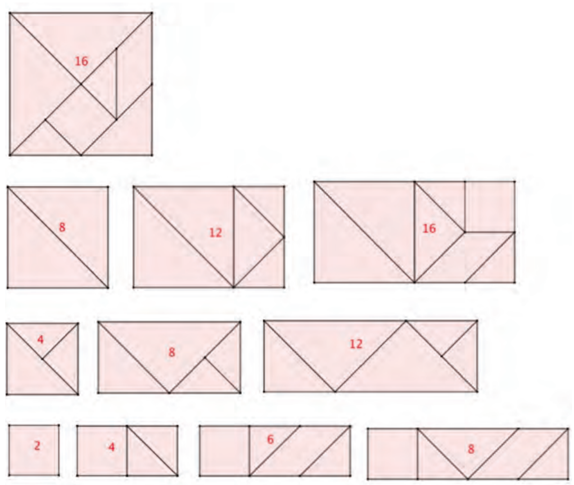

Figura 5

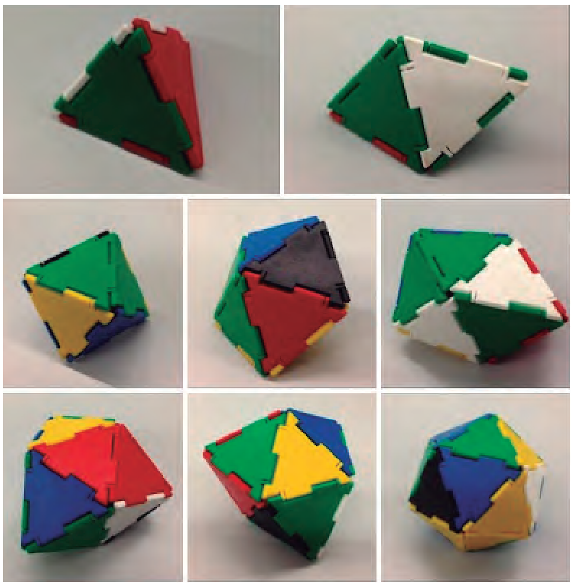

Figura 6

Cubos encajables

Con relación a actividades que relacionen los objetos tridimensionales con sus representaciones planas, en «Representar cuerpos tridimensionales mediante vistas» (*Suma* 75) ya mencionamos tareas vinculadas con el uso de cubos encajables (Multilink).

La respuesta a la pregunta del pie de la figura 7 es que se pueden haber usado 5, 6, 7, 8, 9 o 10 cubos y además para cada una de estas cantidades, exceptuando en el caso del 10, existen soluciones diferentes con la misma cantidad de cubos. En este sentido podemos preguntar, por ejemplo, cuántos objetos hechos con 8 cubos generan tales vistas, pero debemos tener presente que la cantidad de soluciones para esta segunda pregunta puede variar si el material no son cubos encajables, ya que soluciones como la que se ve en la figura 8 dependen de la posibilidad de encajar cubos.

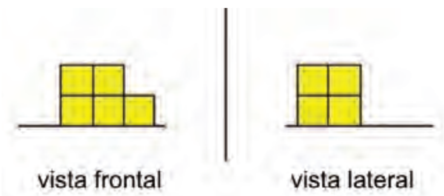

Figura 7. ¿Cuántos cubos se han usado para construir un objeto que genera estas dos vistas?

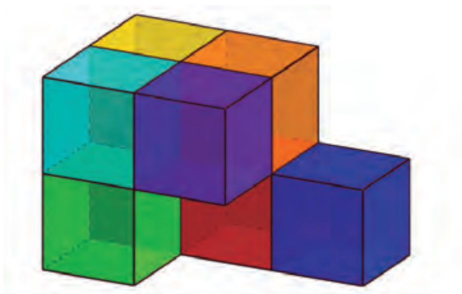

Figura 8

Los cubos encajables también dan lugar a este problema que conocimos a través de Jordi Font[2]: ¿Cuántos prismas rectangulares puedes hacer con 48 cubos? ¿Podrías ordenarlos según su área lateral? ¿Qué pasaría si la cantidad de cubos disponibles fuera 47, 49 o 50?

En la figura 9 vemos los dos prismas de menor área lateral entre los nueve que se pueden obtener con 48 cubos:

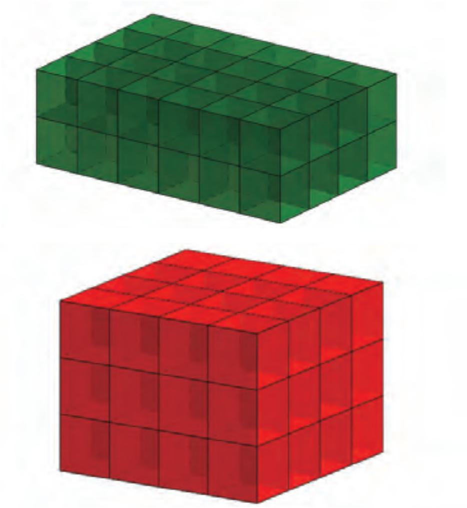

Figura 9

Tal como comentábamos en «Describir poliedros contando caras, aristas y vértices» (*Suma* 71) comenzamos con material manipulativo, pero la geometría también debe hacerse imaginando. Por ejemplo, podemos proponer: si pintamos las caras de un poliedro de manera que las caras que comparten una arista sean de colores diferentes, ¿cuál es la mínima cantidad de colores que necesito para pintar una pirámide de base triangular? ¿Y una de base cuadrangular? ¿Y de base pentagonal? ¿Observas algún patrón? ¿Y si cambiamos prismas por pirámides? ¿Y por bipirámides?

Tal y como comentábamos al inicio, no solo debemos estudiar las figuras de manera estática, sino también los movimientos que sobre ellas podemos realizar, por ejemplo, las simetrías. En este sentido, creemos especialmente inspiradora la propuesta de Don Steward en su blog *Median*[3] (figura 11).

En la figura 12 puede verse una solución aún incompleta de la tarea sobre la cual se encontrará más información en el post «Puzles y figuras simétricas» del blog del *Puntmat*[4].

No siempre tenemos que involucrar un material. Por ejemplo, en la siguiente tarea (figura 10) se pide a los alumnos que generen ejemplos de cuadriláteros a partir del número de ángulos rectos, agudos u obtusos y los representen, sin manipular, sino recurriendo al repertorio de ejemplos que han ido construyendo a partir de sus experiencias previas.

cuadrilátero con	ningún ángulo	un único ángulo	dos ángulos	tres ángulos	cuatro ángulos
obtuso					- -
recto				- -	
agudo					- -

Figura 10

Figura 11. Coloca las tres piezas de manera que generen una figura con un eje de simetría.

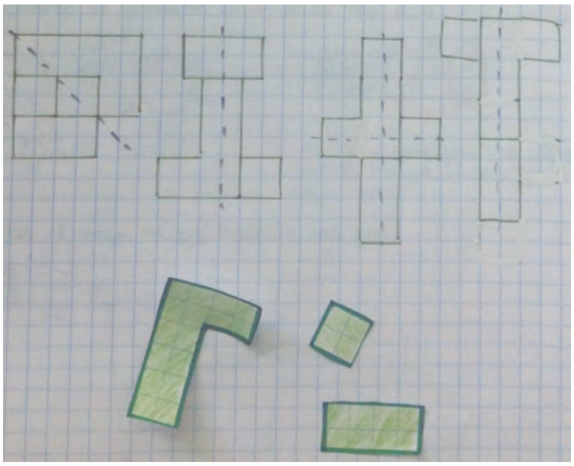

Figura 12

Reflexión final

Nos hemos centrado en tareas sobre geometría que podemos plantear en las aulas de primaria con el objetivo de practicar habilidades básicas en este ámbito como son la clasificación y la descripción de figuras en un ambiente de resolución de problemas. Como es habitual en esta sección hemos seleccionado tareas con un alto potencial de comunicación, tareas que al poner en común sus soluciones invitan a los alumnos a hablar de geometría.

David Barba Uriach
Universitat Autònoma de Barcelona

Cecilia Calvo Pesce
Escola Sadako (Barcelona)
<tienenlapalabra@revistasuma.es>

1 https://puntmat.blogspot.com.es/2013/03/poliedres-amb-cares-triangulars.html
2 http://matematiquesmarines.blogspot.com.es/2015/11/prismes-amb-policubs.html
3 http://donsteward.blogspot.com.es/2011/06/and-yet-another-three-shapes.html
4 https://puntmat.blogspot.com.es/2017/09/puzzles-figures-simetriques.html