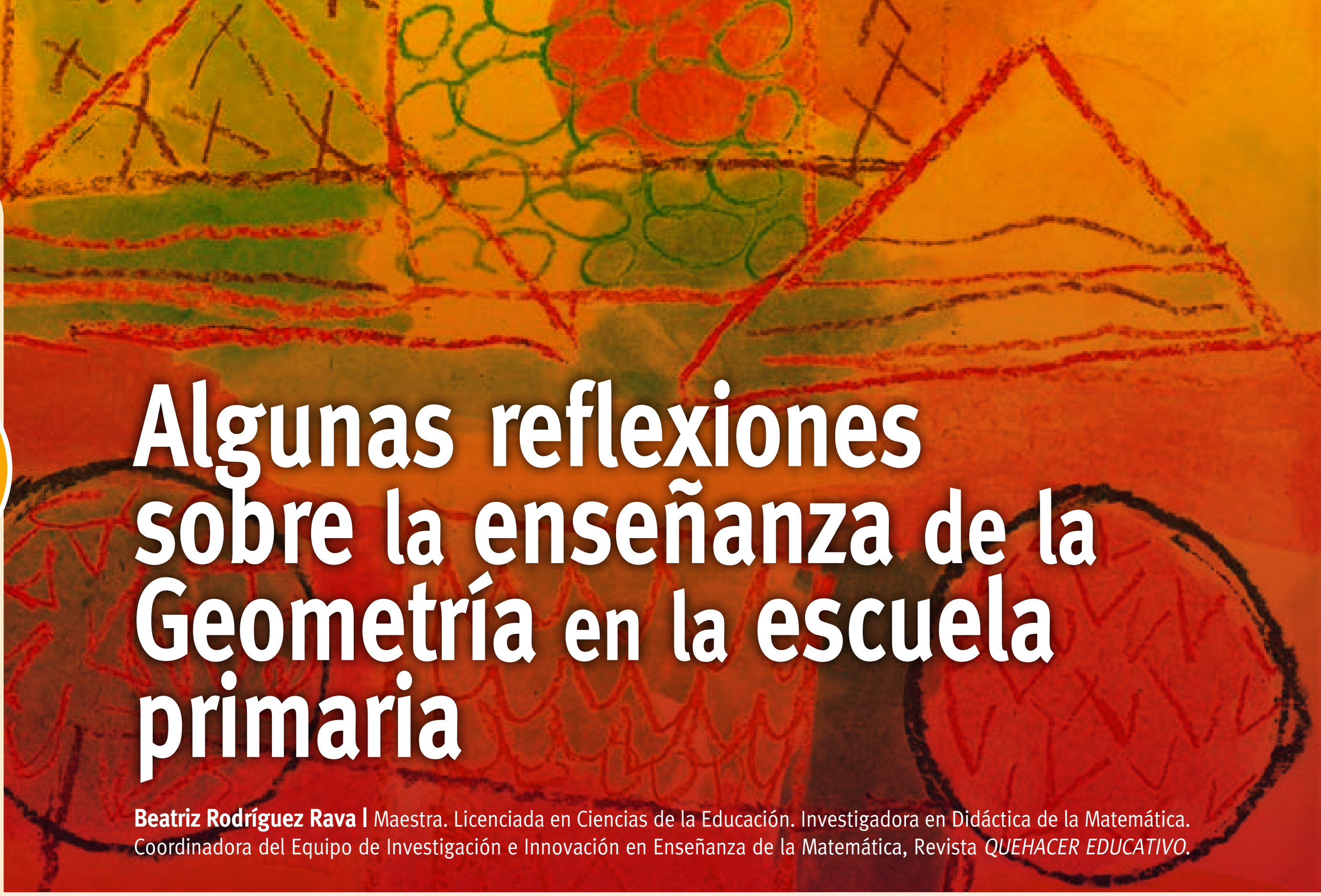


Algunas reflexiones sobre la enseñanza de la Geometría en la escuela primaria

Beatriz Rodríguez Rava | Maestra. Licenciada en Ciencias de la Educación. Investigadora en Didáctica de la Matemática. Coordinadora del Equipo de Investigación e Innovación en Enseñanza de la Matemática, Revista *QUEHACER EDUCATIVO*.

> *«La geometría de las matemáticas no es el estudio del espacio y de nuestras relaciones con el espacio, sino el lugar en que se ejercita una racionalidad llevada a su excelencia máxima.»*
>
> Laborde (1984) *apud* Gálvez (1994:275)

La Geometría ha ocupado un lugar en todos los programas escolares de nuestro país, evidenciando un gran poder de supervivencia. Esto lleva a pensar que en el ámbito educativo y en el ámbito social se le ha otorgado cierto valor. ¿En qué radica ese valor? Diferentes autores mencionan algunas cuestiones de carácter general y otras específicas de la Geometría.

Broitman e Itzcovich (2003:300) afirman: *«Una de las razones principales por las cuales es importante la enseñanza de la geometría es porque la escuela es también un lugar de creación y transmisión de cultura. Y la geometría forma parte de ella»*. Para después agregar que introduce *«en un modo de pensar propio del saber geométrico»* (*idem*, p. 301).

O como establecen Bressan, Bogisic y Crego (2000) siguiendo a W. Sherard, porque la geometría forma parte de nuestro lenguaje cotidiano, tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real, se usa en todas las ramas de la matemática, sirve de base para comprender conceptos de matemática avanzada y de otras ciencias, es un medio para desarrollar la percepción espacial y la visualización...

Cada una de estas afirmaciones conlleva una concepción de Geometría que determina cierta intencionalidad en la enseñanza, y en la selección y jerarquización de contenidos.

Si bien el *Programa de Educación Inicial y Primaria* vigente no explicita ninguna razón para la inclusión de la Geometría, manifiesta:

> *«Se centra de esta forma la enseñanza de la Geometría en las figuras, sus propiedades y relaciones como el objeto específico superando tanto los enfoques nominalistas como los aritmetizados.*
> *En síntesis, se propone una Geometría exploratoria, dinámica y problematizadora»* (ANEP. CEP, 2009:67)

En este artículo nos centraremos en uno de los argumentos más generalizados y aceptados a favor de la inclusión de la Geometría en el ciclo escolar: la introducción en una forma de pensar propia de la Geometría.

«Este "modo de pensar" supone apoyarse en propiedades de los objetos geométricos para poder anticipar relaciones no conocidas o inferir nuevas propiedades. Es decir, realizar un proceso de anticipación sobre los resultados a obtener sin necesidad de realizar acciones empíricas y sin apoyarse exclusivamente en la percepción. El modo de pensar geométrico implica demostrar la validez de una afirmación a través de argumentos, los que, incluso en algunos casos, se oponen a la percepción o a la medida.» (Broitman e Itzcovich, 2003:303-304)

La primera interrogante que se nos plantea es: ¿cómo introducir esta forma de pensar en el espacio escolar?

Sostenemos que para ello es necesario exponer **sistemáticamente** a los alumnos a situaciones que exijan acciones que generen un tipo de pensamiento. Actividades que permitan dar un salto desde la intuición a la deducción, pasar del "ver" lo superficial al "comprender" relaciones que permitan generalizaciones.

¿Qué de esto está presente en las aulas escolares?

Gran número de maestros afirma que el tiempo que se le destina a la enseñanza de la Geometría en el año escolar es escaso. Esto se puede comprobar, además, en las planificaciones de los propios docentes. Algunas de las razones que explicitan son: la Geometría es abstracta (toda la Matemática lo es); el escaso conocimiento que poseen de la misma; el tipo de relacionamiento, de total ajenidad, que tiene el docente con los objetos geométricos; y en muchos casos se menciona el vínculo de lejanía generado en su formación inicial.

Estas concepciones son, en parte, las que explican en las acciones de enseñanza, la presencia de una Geometría "fría", centrada en sus aspectos superficiales, que no supone ningún reto para el alumno para llegar a producir relaciones que le den la posibilidad de generar un tipo de pensamiento deductivo.

Algunos de los fenómenos que se identifican en la enseñanza de la Geometría son:

- Ausencia de generalización que, si bien puede ser explicable en los primeros niveles de la Enseñanza Primaria, no debe resultar admisible en niveles posteriores de la enseñanza.
- Desaparición de métodos de razonamiento propios de esta rama de las matemáticas (...)
- Predominio prácticamente total de la geometría métrica (...) se instaura un lenguaje geométrico que resulta un híbrido entre la geometría y la medida.
- Aritmetización de la geometría.
- Generación de un lenguaje pseudo-científico en el que se mezclan, como en una batidora, los términos geométricos más elementales dando lugar a una jerga en que se pierde absolutamente el sentido geométrico de cualquier palabra o expresión (...) (*cf.* Vecino, 2003:302)

Además podríamos agregar la inclusión de actividades en contextos cotidianos que, muchas veces, limitan u obstaculizan la realización de un trabajo geométrico. Consideramos que también tiene fuerte presencia en la enseñanza de la Geometría un énfasis en los algoritmos de trazado, así como un enfoque ostensivo y nominalista en el tratamiento de los distintos contenidos.

El análisis de algunas actividades nos aportará elementos para poder avanzar en esta reflexión.

Recordamos que en cuadernos escolares de hace algunos años solíamos encontrar, con cierta frecuencia, propuestas "geométricas" de este tipo: "El banderín de la escuela es triangular y mide 12 cm de base y 18 cm de altura. Dibújalo. Halla su área".

En respuesta a la idea del valor de trabajar con cuestiones vinculadas a la "vida cotidiana" del alumno, se generaron propuestas como estas con la intención de abordar algún contenido geométrico.

Desde la perspectiva teórica actual podemos realizar un análisis que nos permita identificar algunas ideas pasibles de discusión.

La idea de “contexto cotidiano” llevaba a pensar en motivar al alumno para el trabajo matemático. Hoy nos preguntamos: ¿realmente motiva al niño para la actividad matemática o solo para ingresar a la situación? No dejamos de reconocer, en este caso, que todo niño conoce banderines y sabe de qué se trata. Esto ayuda a comprender, en cierta forma, parte de la tarea: hacer un banderín (objeto conocido). Pero ¿en qué medida el conocimiento de este objeto real motiva al alumno para establecer las relaciones matemáticas que exige la propuesta? ¿Qué aspectos de la tarea motivan al niño a validar la solución encontrada? En definitiva nos estamos planteando si el contexto “cotidiano” en este caso, aporta en la producción de conocimiento geométrico.

La propuesta, tal como está planteada, conlleva una única solución. Pero además en esta situación, el contexto determina el tipo de triángulo a imaginarse: un isósceles, condicionando de esta manera la representación de la situación. El contexto cotidiano, en esta oportunidad, no solo determina el tipo de triángulo, sino también la existencia de una única solución.

¿Cuáles son las acciones que se esperan del alumno? Que recurra a una fórmula y realice determinados cálculos, desviándose así el centro de la actividad hacia una tarea aritmética. De esta manera se pierde el sentido de las actividades geométricas.

Por otra parte, la propuesta se cierra en sí misma, ya que no brinda ninguna posibilidad de realizar una generalización geométrica.

Analicemos esta otra propuesta.

A partir de dos segmentos dados, plantear: “Estos dos segmentos son lados de un triángulo. Dibújalo y explica cómo puede ser ese triángulo”.

Es una propuesta que, a diferencia de la anterior, se presenta en un contexto geométrico. Si analizamos lo que le exige al alumno podemos identificar, en principio, el establecimiento de relaciones entre los lados de un triángulo. Sin embargo, también abre la posibilidad de diversas soluciones, ya que entran en juego los ángulos a los que se recurra. El identificar que el ángulo que se genera a partir de los datos dados puede cambiar, habilita la existencia de una variedad de triángulos que corresponden a distintas clases.

Es una actividad que permite hacer ciertas generalizaciones que vinculen lados y ángulos de un triángulo.

Ambas propuestas pretenden establecer una relación con un objeto de saber: el triángulo.

En la primera parecería que subyace la idea de que la relación del alumno con el conocimiento cotidiano y el saber científico es la misma.

Al respecto:

> *«El conocimiento cotidiano y el saber científico son formas de relación de un sujeto con un objeto. En las prácticas ostensivas se propone al sujeto una relación con un entorno que le es familiar, cercano a sus preocupaciones y a sus interacciones cotidianas. El docente parece pensar que la relación establecida por esta familiaridad es de la misma naturaleza que el saber sabio, porque el objeto es el mismo.»* (Fregona, 2005:338)

La segunda propuesta no busca establecer ninguna relación con el conocimiento cotidiano, en el entendido de que es el saber científico el que va a dar respuesta a la situación.

Ambas propuestas representan diferentes concepciones de lo que es la Geometría, con su correspondiente implicancia en la enseñanza. Involucran dos formas de trabajo diferentes.

Alternativas posibles

Ante los distintos fenómenos que se identifican en la enseñanza de la Geometría, intentamos describir posibles alternativas en el marco de posibilidades que ofrece el programa escolar vigente y de los aportes de la Didáctica de la Matemática.

Vecino (2003:305), aludiendo a diversos autores, menciona la necesidad de dar lugar a un enfoque que contemple distintos aspectos. En este artículo solo tomaremos dos de ellos, que están íntimamente relacionados entre sí:

- Una geometría dinámica frente a la geometría estática tradicional (Castelnuovo; D'Amore).
- Una geometría interfigural e intrafigural frente a la geometría exfigural propia de la enseñanza tradicional (Piaget y García; Vecino).

Nosotros agregamos una geometría exploratoria que permita hacer conjeturas, anticipar resultados y llegar a conclusiones que puedan ser validadas apelando a razones geométricas, frente a una geometría "fría" basada en nominalismo, ostensión y algoritmización.

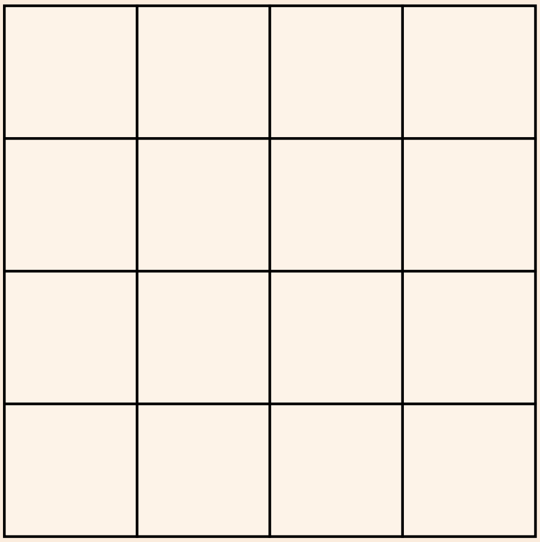
Si nos centramos en los puntos que plantea Vecino, ¿qué significa la presentación de una geometría dinámica?

Tradicionalmente se ha planteado una geometría estática generada por el abuso de representaciones estereotipadas de las figuras geométricas, provocando concepciones limitadas, y a veces erróneas, de las distintas figuras. Es así que encontramos las dificultades que tienen los alumnos escolares en reconocer figuras que "escapen" al estereotipo. Tal es el caso de las representaciones de figuras que se presentan en distintas posiciones (cuadrado, base y altura de un triángulo, etc.).

Por otro lado, este tratamiento de los objetos ha sido acompañado por un énfasis en los algoritmos de trazado, limitando la riqueza de las construcciones y de otras formas de representación. Ha habido también un abuso de la representación figural impidiendo el establecimiento de relaciones con el registro discursivo (*cf*. Duval, 1999).

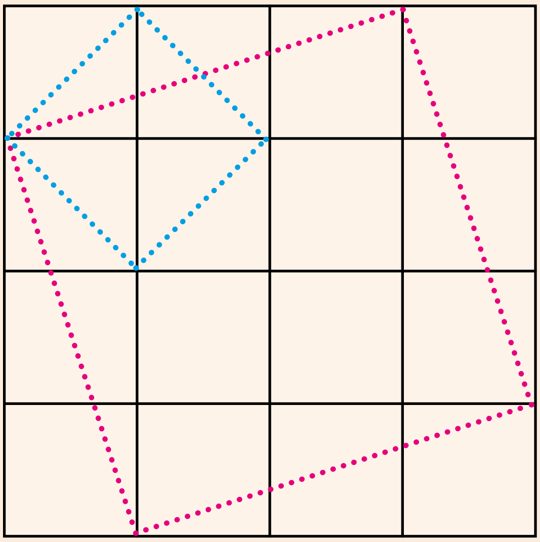
Trabajar con un enfoque dinámico de la Geometría implica incluir diversas representaciones de un mismo objeto geométrico en un mismo registro de representación y en más de uno. Así, por ejemplo, en un mismo registro variar la posición en que se presentan los lados, las diagonales, las bases y alturas, etcétera. Presentar las figuras en un registro discursivo y en un registro figural al mismo tiempo, estableciendo relaciones. Utilizar diferentes soportes de representación: cartulinas recortadas, papeles plegados, papel isométrico, geoplano, geoespacio, etcétera.

En un cuadrado representado en papel cuadriculado: "¿Cuántos cuadrados se pueden trazar además de los que están dibujados?"



Ligeramente se podría pensar que la actividad se reduce a un simple conteo. Sin embargo, la lectura que debe hacerse de la figura supone una reorganización figural (Duval, 1999), ya que la totalidad de los cuadrados no es inmediatamente perceptible.

En el marco de esta reorganización, el alumno también deberá desprenderse de la representación estereotipada para poder pensar en otros cuadrados posibles.



¿Cuántos alumnos representarían estos u otros cuadrados en los que los lados no coincidieran con los segmentos trazados en el papel cuadriculado? Y si se hubiera hecho en papel isométrico o en un geoplano, ¿los hubieran representado? Cabe preguntarse si los soportes en que se presentan las figuras aportan elementos que facilitan u obstaculizan la reorganización figural que exige la actividad. Reconocemos, además, que los distintos soportes destacan un aspecto de las figuras.

Con respecto al segundo punto planteado por Vecino e íntimamente relacionado con el anterior, ¿qué exige el enfoque geométrico intrafigural e interfigural? ¿Qué significado tienen estos conceptos? ¿Cuál es su origen? Piaget y García (1982), al establecer relaciones entre el desarrollo histórico de la Geometría y el desarrollo psicogenético del sujeto, identifican tres momentos en la producción de conocimientos: intrafigural, interfigural y transfigural.

Llaman intrafigural al *«...período durante el cual se estudian las propiedades de las figuras y los cuerpos geométricos como relaciones internas entre los elementos de dichas figuras o dichos cuerpos. No se toma en consideración al espacio como tal, ni por consiguiente las transformaciones de las figuras en el interior de un espacio que las comprenda»* (*idem*, p. 106).

La *«...etapa caracterizada por una puesta en relación de las figuras entre sí, cuya manifestación específica es la búsqueda de transformaciones que relacionan las figuras según múltiples formas de correspondencia...»* es la llamada interfigural.

La etapa transfigural está *«caracterizada por la preminencia de las estructuras»* (*ibid*.). Las relaciones propias de esta etapa tienen un grado de complejidad mayor por activar relaciones entre relaciones.

Si bien Piaget y García hablan de etapas para señalar un paralelismo entre el desarrollo histórico y el psicogenético, reconocen la interacción entre ellas, *«cada etapa repite en sus propias fases el proceso total»* (*idem*, p. 107).

Señalan además que la evolución en la construcción de los conceptos geométricos *«...no está caracterizada por un período de "incremento" en los conocimientos sino por una reinterpretación total de los fundamentos conceptuales...»* (*ibid*.). Esto supone reconstrucción de lo ya adquirido, reorganización y reinterpretación de los conceptos.

Los aportes de Piaget y García permiten algunas reflexiones en torno a la Didáctica de la Matemática y en particular a la Geometría.

En el marco de la institución escolar se centra la atención en las características de las distintas figuras geométricas, y es así que los alumnos pequeños empiezan a distinguir figuras abiertas y cerradas, curvas y rectas, variación de la cantidad de lados, etcétera. También se comparan propiedades internas de dos figuras. Algunas actividades de reconocimiento, de descripción, de representación, de comparación de dos figuras, de clasificaciones excluyentes, forman parte del trabajo con las relaciones intrafigurales.

Para focalizar el abordaje de las propiedades interfigurales se hace necesario considerar un "espacio englobante". Los cambios de formas de las figuras, en los que las partes son desplazadas o la totalidad de la figura es desplazada modificando la posición, ponen en juego las relaciones interfigurales. Estas y otras transformaciones dejan en evidencia las propiedades invariantes de las figuras. Así, por ejemplo, cuando con piezas de un mecano se representa un paralelogramo y se producen modificaciones por el "aplastamiento o estiramiento" no se ve alterado el paralelismo de sus lados. O en el caso presentado anteriormente en que los alumnos deben reconocer la cantidad de cuadrados que pueden representarse en una cuadrícula dada, las notas esenciales que hacen a la figura "cuadrado" permanecen como invariantes más allá de las transformaciones que se produzcan.

Se activan también las relaciones interfigurales cuando el alumno debe reconocer la misma figura en representaciones que han sufrido alguna otra transformación, como es el caso de los desarrollos de figuras geométricas espaciales, presentado en el artículo de Damisa, Martín y Méndez (pp. 45-52 de este número de la revista).

Generalmente, las actividades que se proponen en el ámbito escolar activan un tipo de relaciones: o intrafigurales o interfigurales. Pero existen casos en los que la propuesta puede habilitar más de un tipo de relaciones y el sujeto resolutor es quien toma la decisión. Por ejemplo, cuando en la Geometría Métrica se propone el cálculo del área de una figura. Vecino, haciendo la crítica a una actividad propuesta en un libro de texto en la que se debe calcular el área de un hexágono regular (con medidas que no cumplen con la propiedad de existencia), plantea que se podría recurrir a: *«Una construcción intrafigural (relacionando elementos dentro de ese polígono) e interfigural (considerando otras figuras, circunferencia circunscripta, triángulo equilátero y triángulo rectángulo como generadoras o componentes del mismo)...»* (Vecino, 2003:310-311).

Algunas actividades de clasificación enriquecen la activación de relaciones interfigurales. Así, por ejemplo, dados dos segmentos iguales y secantes que se intersecan en su punto medio se puede plantear: "Si estos dos segmentos representan diagonales de cuadriláteros, ¿cuáles podrías representar?" Y en un segundo momento proponer: "Y si fueran las diagonales de paralelogramos, ¿a cuáles podrían corresponder?"

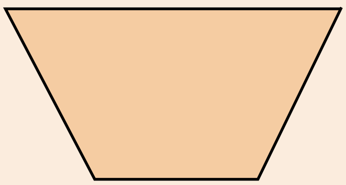
Este tipo de propuestas permite avanzar en la producción de clasificaciones inclusivas y jerárquicas en las que una figura puede pertenecer a más de una categoría, ya que a pesar de esto las notas esenciales de la figura permanecen.

Una Geometría que permita explorar, conjeturar y validar

Actividades como las descriptas anteriormente ofrecen al alumno la posibilidad de exploración y anticipación, instaurando una forma de trabajo en torno a "si... entonces".

"Si estos segmentos son las bases medias de un paralelogramo entonces, ¿cuál podría ser?"

O: "Si esta figura fuera la base de un prisma, ¿qué prisma podría ser?"



O en este otro tipo de actividad: "Con una banda de cartulina de 1 m de largo y 20 cm de ancho, ¿cuántos banderines triangulares iguales de 20 cm de altura se podrían hacer utilizando la totalidad de la cartulina?"

Esta actividad, si bien parte de un contexto cotidiano, exige "lidiar" únicamente con conocimientos geométricos. El tipo de triángulo viene seleccionado por la cotidianidad; sin embargo, la propuesta obliga a tomar determinadas

decisiones en el ámbito geométrico: ¿Dónde ubicar la base con respecto a la altura dada? ¿Qué medida otorgarle? ¿Cómo "aprovechar" los datos dados? Con respecto a esto último identificamos el potencial de la propuesta que, a través del ancho de la banda, ofrece la posibilidad de partir de la representación de dos rectas paralelas... ¿qué utilización le dará el alumno a esta información?

Es una propuesta potente, ya que permite una rica gestión de la actividad. Se podría habilitar la ocasión de anticipar resultados con carácter de conjeturas, de exploración y discusión de posibles procedimientos de resolución, antes de actuar, de validar apelando a razones matemáticas. Según Margolinas (1993) es la posibilidad de validar lo que da al alumno cierto grado de certeza respecto a su quehacer. A su vez entendemos que esto va contribuyendo al logro de una posición de dominio por parte del alumno con respecto a determinados saberes geométricos.

Otra propuesta que habilita este tipo de trabajo exploratorio puede ser:

Con estas ternas de datos, ¿se pueden construir triángulos?

- Un triángulo cuyos ángulos midan 65°, 95° y 20°.
- Un triángulo equilátero cuyos ángulos midan 40°, 60° y 80°.
- Un triángulo isósceles que tenga un lado que mida 10 cm y un ángulo que mida 110°.

La actividad, que no exige el trazado, pone en juego propiedades de los triángulos con respecto a sus ángulos y a sus lados. Cada una de las ternas habilita a la realización de conjeturas y a la exploración de posibilidades. Nuevamente se activa un razonamiento del tipo "si... entonces".

Los alumnos podrían recurrir a representaciones (figuras de análisis) para ver las posibilidades de construcción o no. En el primer caso, la simple suma de la medida de los ángulos permitirá la identificación de una respuesta única. En el segundo caso, la suma de las medidas de los ángulos no es suficiente, ya que se deberá considerar la condición de triángulo equilátero. Se combinan de esta forma propiedades inherentes a los ángulos y también a los lados del triángulo. En el tercer caso, los datos determinan un tipo de triángulo según los ángulos (obtusángulo), pero abre la posibilidad a dos clases de triángulos: isósceles y escaleno. Dentro de estos últimos podrá aparecer una variedad, considerando las distintas medidas de dos de sus lados.

Si bien la propuesta utiliza medidas, estas están al servicio de las propiedades geométricas. Aquí, el centro de la actividad es geométrico a diferencia de las actividades en que la figura es solamente el soporte de una magnitud que se quiere calcular (caso de la primera propuesta presentada en este artículo).

Las actividades presentadas en esta sección marcan una diferencia con propuestas cerradas que llevan a un tratamiento aislado de los objetos geométricos, sin posibilidades de establecer relaciones entre ellos ni generalizaciones.

Sostenemos que es necesario promover una forma de trabajo que se aparte de las presentaciones ostensivas y nominalistas que han caracterizado las prácticas de enseñanza en Geometría, y cuyos efectos han sido ampliamente estudiados (Ratsimba-Rajohn, 1977; Brousseau, 1986; Gálvez, 1985; Fregona, 1995).

> *«Harrison Ratsimba-Rajohn (1977) fue el primero en identificar con el nombre de introducción ostensiva a todo un conjunto de procedimientos didácticos que se utilizan para introducir nociones donde las decisiones que toma el docente,*
> *- suponen que el objeto es "conocido" por los alumnos, y entonces presenta un dibujo con la descripción de algunos elementos y su vocabulario específico,*
> *- pasan por presentar varios ejemplos, seguidos de una designación, y si es posible una fórmula o simbolización que dé generalidad al enunciado.»* (Fregona, 2005:335)

Este accionar tan instaurado en las aulas escolares puede deberse a lo que los maestros identifican como una relación de lejanía que ellos mantienen con los objetos geométricos. Fregona, basándose en la teoría de las situaciones de Brousseau, sostiene que *«...la presentación ostensiva de las nociones matemáticas es un conocimiento disponible en los docentes y que les permite, con ciertos límites, el control de la relación didáctica de una manera estable, pragmáticamente eficaz. [...] ante un campo de elecciones posibles, el usuario –en este caso el docente– toma decisiones que ponen de manifiesto este conocimiento –la ostensión– que le da la información necesaria para restringir la incertidumbre que le genera la responsabilidad de llevar a cabo su tarea como enseñante»* (*idem*, p. 339).

También corresponde preguntarse en qué medida la presencia de la Geometría durante los nueve años escolares no contribuye a esa presentación ostensiva, sobre todo en los primeros años. Por otra parte, ¿cómo incide la concepción "oficial" de enseñanza que trasmite el currículo escolar en esas presentaciones ostensivas?

Ante todo esto nos planteamos: ¿cómo superar estas prácticas? Sostenemos que uno de los caminos es que el docente pueda modificar su relación con el saber geométrico. Como dice Sadovsky (2005), pasar de un lugar de ajenidad a una posición de dominio. Contribuyen a este logro, las vivencias en los cursos de formación en servicio y en los colectivos de maestros de cada institución. Al enfrentarse los docentes a situaciones geométricas que permitan la exploración de distintos objetos y de nuevas relaciones geométricas, la reflexión y la discusión sobre lo que habilita u obstaculiza la actividad, se abre la posibilidad de comenzar a modificar las relaciones con el objeto de saber.

Pero también es necesario promover en los alumnos esta nueva forma de relacionarse con los objetos geométricos de manera sistemática. Ello exige generar permanentemente actividades del tipo de las anteriormente analizadas y de todas aquellas que den lugar a la anticipación, a la generalización y a la validación.

Con respecto al abordaje de los distintos contenidos programáticos, en este caso geométricos, es necesario considerar lo planteado por Lerner (1999), pasar del uso de determinadas nociones a la reflexión, para luego volver a utilizarlas enriquecidas. O como plantean Piaget y García (1982:103), estableciendo un paralelismo con el desarrollo histórico de la Geometría: *«...las nociones abstractas de las matemáticas no fueron utilizadas, en un comienzo, sino en forma instrumental, sin que dieran lugar a una reflexión sobre su significación general, y sin siquiera tomar conciencia del hecho mismo de estarlas utilizando»*. A partir de esa utilización implícita es posible la tematización del objeto de saber.

Para finalizar, reconocemos que el desafío de trabajar una Geometría dinámica, en el marco de una dialéctica intra e interfigural, logra un mayor anclaje en las clases superiores. A pesar de ello, diversos autores y distintos marcos curriculares proponen abordar el trabajo geométrico desde el comienzo de la escolaridad. Esto obliga a interpelar el tipo de actividades que se proponen en los primeros niveles de la escolaridad. ¿De qué manera es posible contribuir a establecer un vínculo con esta concepción de Geometría?

Bibliografía

ANEP. CEP. República Oriental del Uruguay (2009): *Programa de Educación Inicial y Primaria. Año 2008*. En línea (Tercera edición, año 2013): http://www.cep.edu.uy/archivos/programaescolar/ProgramaEscolar_14-6.pdf

BRESSAN, Ana María; BOGISIC, Beatriz; CREGO, Karina (2000): *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Buenos Aires: Ed. Novedades Educativas.

BROITMAN, Claudia; ITZCOVICH, Horacio (2003): "Geometría en los primeros años de la E.G.B.: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza" (Cap. 8) en M. Panizza (comp.): *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la E.G.B. Análisis y propuestas*. Buenos Aires: Ed. Paidós. Colección Cuestiones de Educación Nº 41.

BROUSSEAU, Guy (1986): "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques" en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 7, Nº 2, pp. 33-115. Grenoble: La Pensée Sauvage, éditions.

DUVAL, Raymond (1999): *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Grupo de Educación Matemática. Universidad del Valle.

FREGONA, Dilma (2005): "Prácticas ostensivas en la enseñanza de la Matemática" en J. Lezama; M. Sánchez; J. G. Molina (eds.): *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 18, pp. 335-340. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. En línea: http://www.pucrs.br/famat/viali/orientacao/leituras/artigos/ALME18.pdf

GÁLVEZ, Grecia (1994): "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental" en C. Parra; I. Saiz (comps.): *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Ed. Paidós.

LERNER, Delia (1999): "Reflexiones sobre: Uso del Material concreto en Matemáticas. Problemas de la Vida cotidiana" en *QUEHACER EDUCATIVO*, Nº 34 (Marzo), pp. 56-60. Montevideo: FUM-TEP.

MARGOLINAS, Claire (1993): *De l'importance du vrai et du faux dans la classe des mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage, éditions.

PIAGET, Jean; GARCÍA, Rolando (1982): *Psicogénesis e Historia de la Ciencia*. México: Siglo XXI editores.

SADOVSKY, Patricia (2005): *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal. Colección Formación Docente - Matemática.

VECINO RUBIO, Francisco (2003): "Didáctica de la geometría en la Educación Primaria" en M. del C. Chamorro (coord.): *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Madrid: Pearson-Prentice Hall. Colección Didáctica Primaria.