

Actividad Interactiva de Homotecia

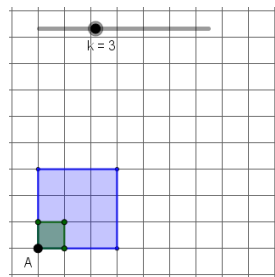
Área y perímetro de figuras homotéticas

Actividad 1

En el [applet](#) aparece un cuadrado verde de lado 1 y un deslizador con $k = 1$.

- 1) Mueve el deslizador y observa qué pasa.

Si k es 3 verás lo siguiente:



Al aumentar el valor de k , el cuadrado azul será cada vez mayor.

La transformación que realiza el applet es una Homotecia de centro A y razón k . En este caso, de razón 3. Los cuadrados azules son los homotéticos del verde en cada homotecia realizada.

- 2) Vuelve a colocar el valor de k en 1. Recuerda que cuando la razón de la Homotecia es 1, la figura “queda igual”.
Halla el perímetro y el área del cuadrado verde, considerando que cada cuadradito de la cuadrícula tiene lado 1.
- 3) Considera $k = 2$. Halla el área y el perímetro del cuadrado azul, homotético del verde en una Homotecia de centro A y razón 2.
- 4) Considera $k = 3$. Halla el área y el perímetro del nuevo cuadrado azul. (Homotecia de centro A y razón 3)
- 5) Realiza lo mismo para $k = 4$ y $k = 5$
- 6) Trata de adivinar (sin contar los cuadraditos) cuál será el área y el perímetro de los cuadrados cuando $k = 6$ y cuando $k = 7$. Si no te das cuenta, puedes hallarlos como en los casos anteriores.

- 7) ¿Puedes observar una relación entre las áreas de los cuadrados a medida que cambia el valor de k ? ¿Qué pasa con el perímetro?
- 8) ¿Influye el área de la figura original en el área de las figuras homotéticas?
- 9) Completa las siguientes tablas:

Valor de k	Área del cuadrado
1	1
2	4
3	
4	
5	
6	
7	
10	
150	

Valor de k	Perímetro del cuadrado
1	4
2	8
3	
4	
5	
6	
7	
10	
150	

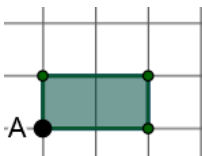
Si se realiza una Homotecia de centro A y razón 150, se puede calcular el área y el perímetro del cuadrado homotético, teniendo el área y el perímetro del cuadrado original.

Actividad 2

Veamos ahora otro caso.

Considera en el applet $k = 1$ y prueba mover los vértices del cuadrado, puedes crear otras figuras, moviendo 3 de ellos. (Dejamos fijo el punto A para estas actividades)

- 1) Mueve los vértices para formar esta figura:



- 2) Halla el área y el perímetro del rectángulo verde cuando $k = 1$. Recuerda que es una Homotecia de centro A y razón 1, por eso la imagen es la misma figura.
- 3) Ahora halla las áreas y los perímetros de los rectángulos homotéticos al verde, en homotecias de centro A y razones 2 y 3.

4) Completa las siguientes tablas:

Valor de k	Área
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
10	
150	

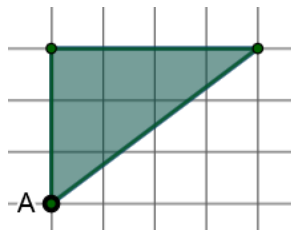
Valor de k	Perímetro
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
10	
150	

5) ¿A qué conclusión llegas ahora que el área de la figura original no es 1?

6) ¿Qué sucede con los perímetros?

Actividad 3

Construye en el applet esta figura:



Es un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 3 y 4 unidades.

- 1) Calcula su área y su perímetro (Calcula la hipotenusa)
- 2) Realiza una Homotecia de centro A y razón 2. Calcula el área y el perímetro del triángulo homotético.
- 3) Calcula el área y el perímetro de la imagen del triángulo verde, en una Homotecia de Centro A y razón 5.

Para seguir explorando, puedes visualizar en este otro [applet](#), lo que ocurre cuando el centro no pertenece a la figura (Se puede mover) y cuando las razón es negativa o un número entre 0 y 1.

Soluciones y Conclusiones

Actividad 1

Valor de k	Área del cuadrado		Valor de k	Perímetro del cuadrado
1	1		1	4
2	4		2	8
3	9		3	12
4	16		4	16
5	25		5	20
6	36		6	24
7	49		7	28
10	100		10	40
150	22500		150	600

Considerando un cuadrado de lado 1, su área es 1 y su perímetro es 4.

Las áreas y perímetros en cada cuadrado homotético quedarán así:

$$\begin{array}{ll}
 A_1 = 1 & P_1 = 4 \\
 A_2 = 4 & P_2 = 8 \\
 A_3 = 9 & P_3 = 12 \\
 \dots & \dots \\
 A_k = k^2 & P_k = 4 \cdot k
 \end{array}$$

Se observa que el área del cuadrado homotético, es el resultado de elevar al cuadrado la razón, pero ¿será así en todas las figuras?

Ésta en particular, parte de una superficie de área 1, en cambio si variamos el área de la figura original, como se observa en las actividades 2 y 3, no sucede exactamente lo mismo.

En el caso del Perímetro, se observa que el perímetro del cuadrado homotético, es el resultado de multiplicar el perímetro del cuadrado original por la razón. Y esto sí se cumple en todos los casos, no sólo cuando el área de la figura original es 1.

Actividad 2

En este caso se observa que el área de cada cuadrado, no es directamente el cuadrado de la razón, sino que debe ser multiplicado por el área de la figura original.

Podemos generalizar que si el área de la figura original es A, entonces el área de la figura homotética será $A \cdot k^2$, siendo k, la razón de la homotecia.

Respecto al Perímetro, como vimos en la actividad 1, se puede generalizar que el perímetro de las figuras homotéticas es el resultado de multiplicar el perímetro original por la razón.

Valor de k	Área		Valor de k	Perímetro
1	2		1	6
2	8		2	12
3	18		3	18
4	32		4	24
5	50		5	30
6	72		6	36
7	98		7	42
10	200		10	60
150	45000		150	900

Si P es el perímetro de la figura original, el perímetro de la figura homotética será $P \cdot |k|$, siendo k, la razón de la Homotecia.

(Valor absoluto de k, para considerar los casos de Homotecias indirectas, cuya razón es negativa)

Actividad 3

El triángulo tiene una hipotenusa de 5. Se puede calcular utilizando el Teorema de Pitágoras. Su área es 6 y su perímetro 12.

Homotecia de centro A y razón 2: $H_{A,2}(T) = T'$

$$\text{Área de } T=6 \quad - \quad \text{Área de } T'=24$$

$$\text{Perímetro de } T=12 \quad - \quad \text{Perímetro de } T'=24$$

En el caso de una homotecia de razón 5, utilizamos lo generalizado en la actividad 2:

$$\text{Si Área de } T=6, \text{ entonces Área de } T'=6 \cdot 5^2 = 150$$

$$\text{Si Perímetro de } T=12, \text{ entonces Perímetro de } T'=12 \cdot 5 = 60$$

Autora: Raisa López

Fecha: Diciembre de 2017

Referencia bibliográfica y Créditos:

Ariagno, C. e Iturbe, A. Homotecia, teoría y práctica. Universidad Nacional de Río Negro. Recuperado de: <http://unrn.edu.ar/blogs/disinte-matematica-1/files/2014/06/homotecia-teoria-y-practica.pdf>

Imágenes creadas por la autora en GeoGebra. Licencia © 2017 International GeoGebra Institute



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/).