

DIRECTORES: ESPACIO DE REFLEXIÓN COMPARTIDA

2011

NOTAS DE TRABAJO 5 – setiembre 2011

Área Matemática

Responsable:

Beatriz Rodríguez Rava

DIRECTORES: ESPACIO DE REFLEXIÓN COMPARTIDA
Área Matemática

Notas de trabajo 5º Encuentro – setiembre 2011

La enseñanza de la Geometría: tipos de actividades

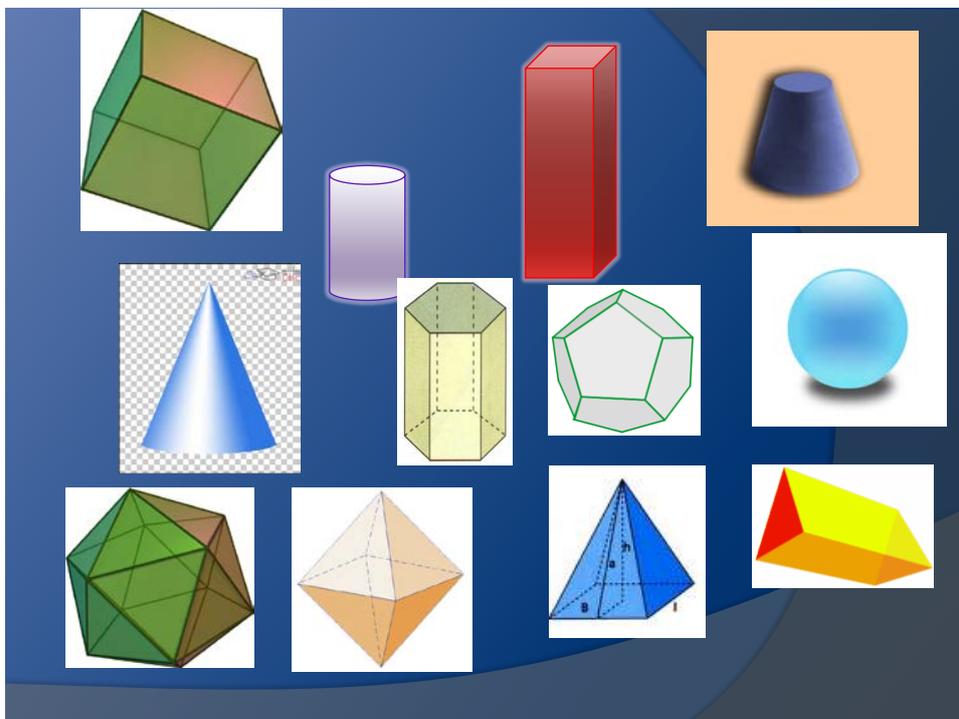
En Geometría es posible pensar en una variedad de actividades de diferente tipo. Cada una de ellas exige activar distintos conocimientos de una figura y el trabajo con ellas aporta al enriquecimiento de los conceptos geométricos.

Actividades de clasificación

Una actividad de clasificación permite el trabajo con varias figuras a partir de lo que ellas tienen en común y de lo que las diferencia.

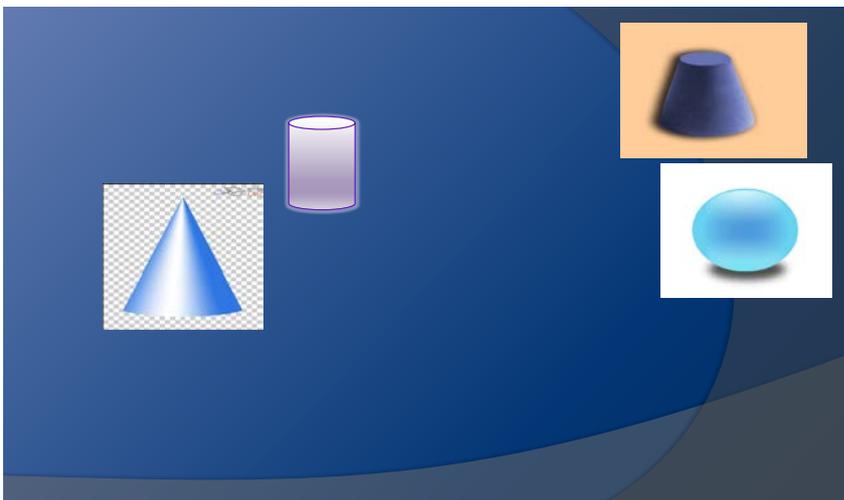
Así por ejemplo:

- Yo elegí una de estas figuras. Ustedes deberán hacerme preguntas que se contesten con sí o con no, para poder identificar la figura elegida. Al preguntar, no se puede dar el nombre de la figura. Deben anotar las preguntas que van haciendo así como la respuesta que les doy.



Las preguntas ¿es poliedro? o ¿todas sus superficies son planas? o ¿tiene caras? permiten ingresar en una primera clasificación: los que cumplen con esa propiedad y los que no. Si se contesta que no, solo quedan el cono, el cono truncado, el cilindro, y la esfera.

El resto de las figuras pasan a integrar un solo grupo, más allá de sus diferencias. Todas las figuras cumplen con la propiedad de “tener caras” o “ser poliedro” o “tener todas sus superficies planas”.



¿Qué pregunta es lo suficientemente inclusora como para permitir eliminar varias figuras? Si se pregunta ¿tiene alguna superficie plana? y se contesta que sí, solo se podría eliminar la esfera. Si se preguntara ¿las superficies planas son paralelas e iguales? y se respondiera que sí, solo estaría la posibilidad de que quedara el cilindro.

Cada una de estas preguntas permite nuevamente formar dos grupos de figuras. Estos grupos son excluyentes, por lo que estaríamos trabajando con categorías que no tienen ninguna figura en común. En estos casos se habla de clasificaciones particionales o excluyentes.

A partir del recorrido realizado se podría caracterizar al cilindro como:

No es un poliedro.

Tiene superficies planas y curvas.

Las superficies planas son paralelas e iguales.

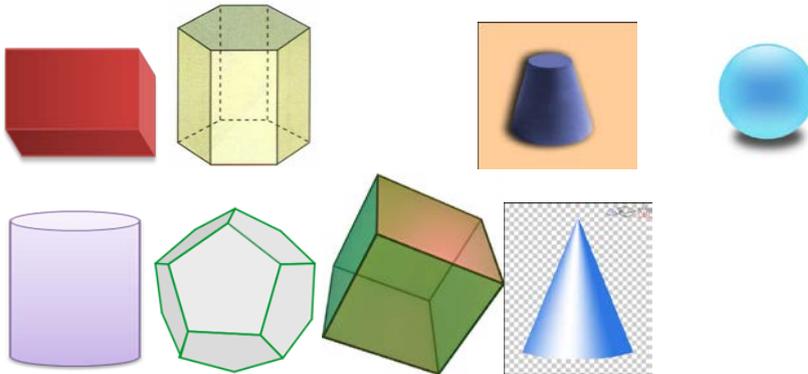
La potencialidad de las actividades de clasificación radica en formar categorías que permiten “que estén juntas” figuras que en las clasificaciones convencionales no lo están. Por otro lado, este tipo de actividad obliga a centrarse en una característica de la figura.



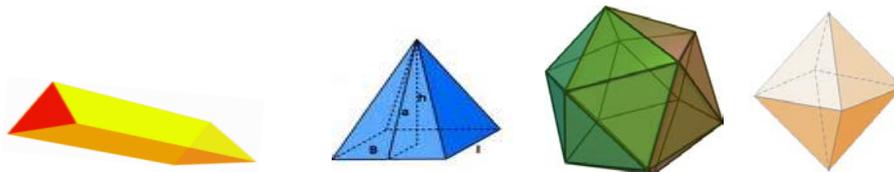
Otras variantes de clasificación:

- ¿En qué pensó la maestra para armar estos dos grupos de figuras?

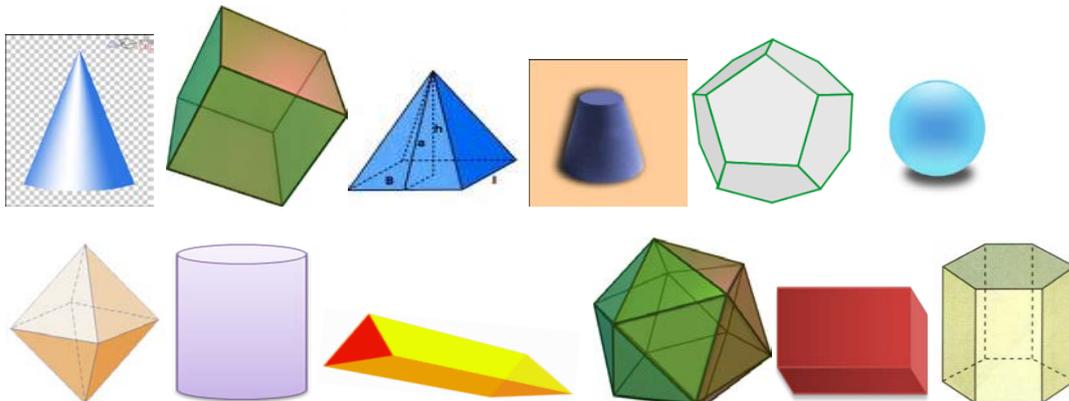
Grupo 1



Grupo 2



- Ahora ustedes armen dos grupos pero pensando distinto a como pensó la maestra.
- Camila dijo que ella había armado tres grupos con estos cuerpos. ¿Tendrá razón Camila? ¿Se podrán armar tres grupos?



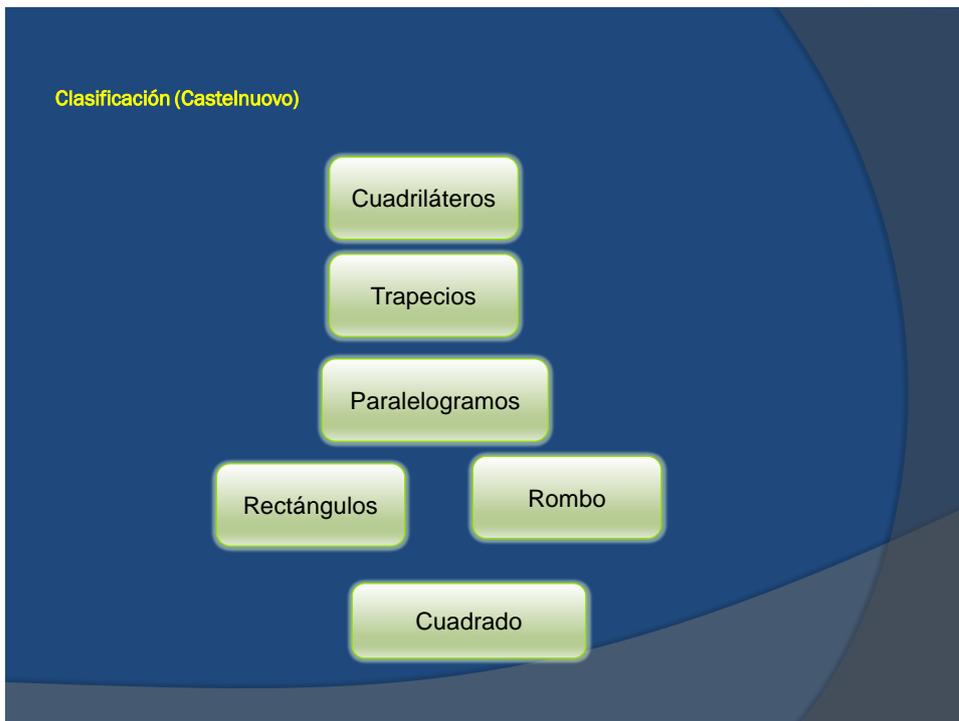
- Ceci discute con Diego porque éste dice que con esas figuras solo se pueden armar dos grupos y Cecilia dice que armó tres. ¿Cuál de los dos tiene razón?



Se pueden pensar en posibles clasificaciones por analogía, en el plano. Se debe tener en cuenta que la analogía no siempre habilita a conjeturas correctas. Por ejemplo figuras regulares e irregulares: mientras existen solo cinco poliedros regulares, hay infinitos polígonos regulares.

Los criterios de clasificación pueden ser variados: algunos de ellos cuantitativos, por ejemplo número de caras, de vértices, de aristas. Otros no, como por ejemplo tiene diagonales, sus diagonales se cortan, todas sus caras son iguales, etc.

Por otra parte podemos encontrar otras clasificaciones que permiten la inclusión de una figura en distintas categorías. Tomamos como ejemplo la clasificación genealógica de Ema Castelnuovo.



La autora define este esquema como el “árbol genealógico” del cuadrado y analiza cada una de las categorías que se van incluyendo.

Cuadrado: cuadrilátero que tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos iguales.

Rombo: cuadrilátero que solo tiene los lados iguales. Por lo que el cuadrado es un caso particular de rombo.

Rectángulo: cuadrilátero que tiene todos los lados opuestos iguales y todos sus ángulos rectos.

Paralelogramo: cuadrilátero que tiene los lados opuestos iguales. Por lo que el rectángulo es un caso particular de paralelogramos.

Trapezio: cuadrilátero que tiene dos lados paralelos. Por lo que el paralelogramo es un caso particular de trapezio.

Cuadrilátero: figura de cuatro lados.



Esta clasificación, a diferencia de la excluyente o particional, ubica a las figuras en más de una categoría. Así por ejemplo el cuadrado es rombo, pero también rectángulo y también paralelogramo. Además se puede considerar un caso particular de trapecio. Esta clasificación recibe el nombre de jerárquica ya que en los distintos niveles se generan categorías que van incluyendo a otras.

Actividades de descripción y reconocimiento

Otras posibles actividades son aquellas vinculadas a la descripción e identificación de figuras. En este tipo de actividad incluimos los legajos¹. “Llamamos legajos a un listado de características de cualquier figura geométrica. El concepto de legajo, como tipo de actividad geométrica escolar, pertenece a la Didáctica de la Matemática y consideramos que no es necesario dar este nombre a los alumnos de los grados inferiores. Se les puede pedir que realicen una lista con todas las “cosas” que saben de determinada figura geométrica.”²

En los primeros años escolares proponemos trabajar colectivamente en el armado de los “yo ya sé”. Estos son portadores que incluyen todas las características que los alumnos identifican en una figura geométrica. En un comienzo estas descripciones estarán basadas esencialmente en la percepción. Así un alumno del nivel inicial o de primer año podrá afirmar con respecto a una clase de prismas “tiene seis caras, doce líneas (haciendo referencia a las aristas) y ocho puntas (referenciando los vértices)”.

Estos “yo ya sé” irán creciendo a lo largo del ciclo escolar hasta llegar a convertirse en verdaderos legajos compiladores de las propiedades geométricas que los alumnos reconocen en cada figura geométrica. A partir de estos legajos se pueden pensar diversas actividades:

- Entregar un legajo hecho por un niño y un conjunto de figuras para que reconozcan a qué figura corresponde dicho legajo.
- Entregar varios legajos y varias figuras para establecer correspondencia entre cada legajo y una figura geométrica.
- Entregar un legajo y solicitar que el mismo sea modificado (agregar o eliminar) para que corresponda a determinada figura.
- Proporcionar legajos incompletos para que se completen.

También los legajos pueden complementarse con una actividad de representación. A partir de un legajo se puede pedir que dibujen, tracen, construyan una figura, o armen el esqueleto de la misma.

Si analizamos lo que exige la elaboración de un legajo podemos afirmar que se diferencia claramente de lo que exige una actividad de la clasificación. Mientras esta última obliga a

¹ Constructo teórico formulado por Fripp, A.; Rodríguez Rava, B.; Xavier de Mello, A. (2006)

² Fripp, A; Rodríguez Rava, B. (2009) Ficha didáctica. Evaluación de los aprendizajes en línea. 2º año. ANEP. Disponible en <http://www.evaluacion.com.uy/infotest/fichas/mat/17.pdf>



centrarse en una propiedad y revisar qué figuras cumplen con ella y cuáles no, el legajo exige poner en juego a la vez todas las propiedades de una sola figura.

Por otra parte, en las actividades en las que a partir de la representación figural (gráfica) se deben listar todas sus propiedades o viceversa, se activa el trabajo con diferentes registros de representación (lenguaje natural, o figural). Esto exige actividades cognitivas diferentes. De ahí la riqueza de trabajar con este tipo de actividad.

En el nivel superior se puede incluir un trabajo diferente a partir de los legajos. ¿Cómo pasar del legajo a una aproximación a la definición de una figura?

Los legajos son caracterizaciones “abundantes” de una figura, en tanto la definición incluye las notas esenciales de la misma.

¿Cuál es el cuadrilátero?

De todos estos datos, ¿cuáles te alcanzan para darte cuenta de qué figura se trata?

- Es cuadrilátero.
- Tiene lados diferentes.
- Tiene lados paralelos.
- Tiene ángulos rectos.
- Las diagonales son iguales.
- Los lados opuestos son iguales.
- Es un paralelogramo.
- Las diagonales se cortan en su punto medio.
- Las bases medias son diferentes.
- Es convexo.

Actividades de representación

Copiado de figuras

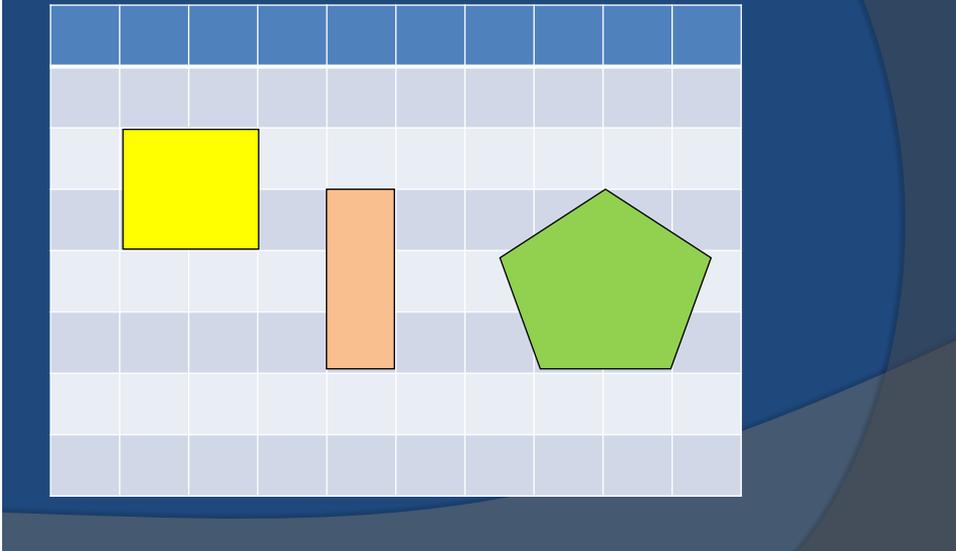
“El copiado de figuras forma parte de un conjunto de diferentes modalidades de construcciones geométricas. Éstas, bajo ciertas condiciones, pueden constituir verdaderos problemas geométricos que permiten la consideración de ciertas características de las figuras.”³

Por ejemplo, se puede entregar una plantilla con figuras dibujadas para que los alumnos las reproduzcan. Para la realización de esta tarea es necesario centrar la atención en las características de las mismas: número de lados, longitud de los lados, relaciones entre ellos, etc.

³ Quaranta, Ma. Emilia; Ressa de Moreno, Beatriz (2007) El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños. En Revista de Educación Matemáticas 0 a 5. La educación en los primeros años. Nº 56. Buenos Aires. Novedades Educativas.



Copiado de figuras



Es posible pensar en variantes de esta actividad teniendo en cuenta diversos aspectos:

Con respecto a las figuras

- Figuras más complejas.
- Composiciones con varias figuras.
- Guardas con figuras geométricas.

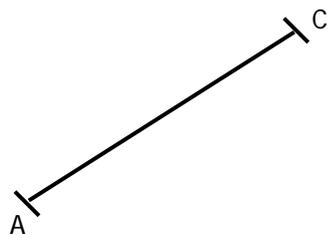
Con respecto al material soporte e instrumentos

- Papel liso.
- Cartulina.
- Papel transparente.
- Instrumentos geométricos.

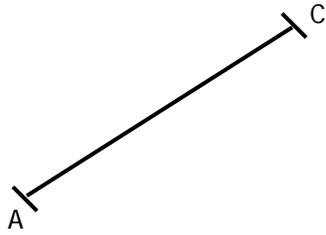
Trazados

Otras de las actividades de representación son los trazados:

Esta es la diagonal de un rectángulo. Construye la figura utilizando únicamente regla y compás.



El segmento AC es diagonal de un rectángulo. Traza, con regla, escuadra o compás tres rectángulos que tengan ese segmento como diagonal.



Actividad tomada de Rodríguez Rava, B. (2005) Análisis didáctico. Revista Quehacer Educativo. Nº 72. Montevideo. FUM TEP.

¿Qué diferencia hay con las clásicas propuestas en las que se dan como datos el largo y el ancho del rectángulo?

En ambas propuestas presentadas se apunta a problematizar el conocimiento que alumnos de los grados superiores pueden tener sobre la diagonal del rectángulo. El trazado se constituye en estas situaciones en un medio para el estudio de determinadas figuras. No es el trazado por el simple trazado lo que debe convertirse en objeto de enseñanza.

Variantes a estas actividades podrían incorporar la utilización de plegados o de un determinado instrumento geométrico. Lo importante es poder analizar que cada variante (variable didáctica) habilite o bloquee diferentes procedimientos. Cada procedimiento involucra conocimientos que al ser diferentes enriquecen el objeto matemático a estudiar; en este caso la diagonal del rectángulo.

Y para continuar ampliando el concepto de diagonal en otros paralelogramos y en otros cuadriláteros se podría plantear otro tipo de actividad que además promueve la anticipación.

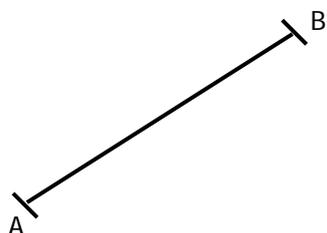
Con una diagonal de 6 cm y otra de 9 cm construye:

- a) Un rombo ¿Se podrá construir más de uno?
- b) Un paralelogramo (que no sea rombo ni rectángulo). ¿Se podrá construir más de uno?
- c) Un paralelogramo en el que las diagonales al cortarse formen un ángulo de 60° ¿Se podrá construir más de uno?
- d) Un trapecio. ¿qué tipo de trapecio es posible construir? ¿Se podrá construir más de uno?



Plegados

El segmento AB es el lado de un cuadrado. Por plegado representa ese cuadrado.



Y si el segmento AB es una de las bases medias del cuadrado ¿cómo harías para obtener dicho cuadrado por medio del plegado?

Armado

Las figuras del espacio pueden ser representadas de diferentes formas. Encontramos la clásica representación a través de los sólidos de gran presencia en los espacios escolares.

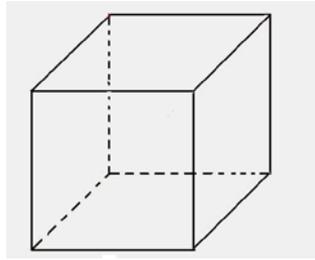
La inclusión de este tipo de representación (sólidos), conjuntamente con los esqueletos y las cáscaras⁴ impide que el alumno asocie la figura a una única representación. Cada una de estas focaliza algunos de los elementos de las figuras espaciales. Así por ejemplo el esqueleto vuelve relevante a las aristas y a los vértices, los sólidos destacan las caras de los poliedros y las cáscaras desarrolladas permiten una visión de todas las figuras que representan las caras.

Así por ejemplo en la prueba en línea para 3º y 4º año (2011) se presenta la siguiente actividad en la que el alumno debe reconocer la cáscara correspondiente a un cubo.

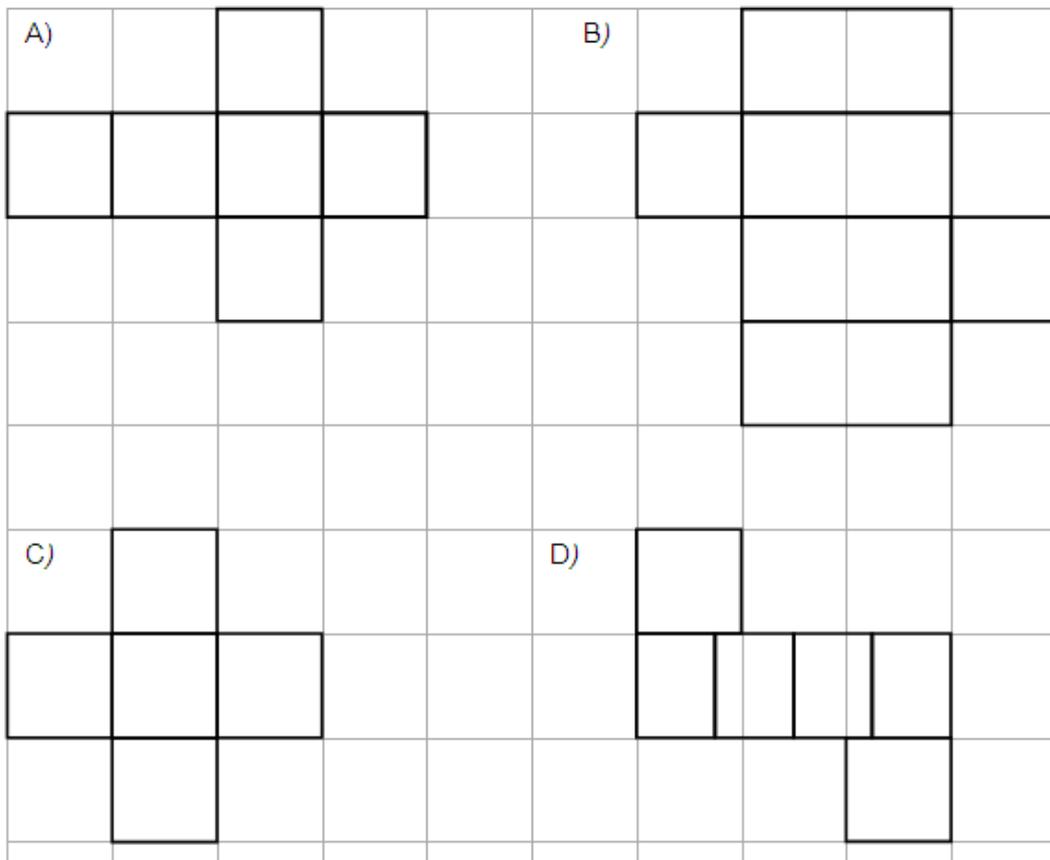
⁴ Se denomina cáscara al conjunto formado por todas las caras de una figura del espacio.



Ítem 25



¿Cuál de los siguientes desarrollos permite la construcción de un cubo?



- Con varillas y plastina tienes que armar esta figura. Debes venir al escritorio a buscar la cantidad de varillas y de bolitas de plastina que necesitas. Solo puedes venir una vez a buscar el material.



Actividades de comunicación

Son todas aquellas actividades que exigen la elaboración de mensajes que incluyan pistas que permitan a otros saber de qué figura se está hablando.

- Se le entrega a una dupla un cuerpo geométrico. La misma deberá dar pistas a otra dupla para que identifique la figura descrita.
- Enviar un mensaje que indique cómo es la figura que se ha dibujado.
- Dar pistas sobre el procedimiento a seguir para la realización de una figura.

Estas actividades dan la posibilidad de validaciones empíricas en los primeros grados.

También permiten un trabajo de análisis de las pistas dadas y de la interpretación que se hizo de las mismas. Estas instancias son apropiadas para acordar la utilización de determinados términos a los efectos de saber de qué se habla.

Actividades de anticipación

Según Claire Margolinas “Una de las funciones de la matemática es la de permitir la anticipación de los resultados de una acción. La palabra anticipación comporta un doble movimiento: la predicción y la garantía de validez de la predicción”.

En ese sentido la Geometría da la posibilidad de anticipar poniendo en juego diferentes conocimientos sobre las figuras y activa fundamentalmente la producción de conjeturas. Esto permite el desarrollo de una forma de pensar particular. ¿Qué implica esta forma de pensar? Valerse de propiedades de las figuras y anticipar nuevas relaciones (“si ...entonces”). Esta anticipación exige poder afirmar que la solución es correcta porque las propiedades empleadas lo garantizan. En Geometría la validación está dada a través de argumentos racionales, no es empírica.

Algunos ejemplos de actividades centradas en la anticipación:

- Dar la forma de la base de una figura del espacio y exigir que anticipen la forma de las caras laterales.

¿Qué forma deberían tener las caras laterales de un prisma si su base es un rectángulo?
¿Y si fuera un paralelogramo? ¿Y si fuera rombo? ¿Y si la base fuera un trapecio?



- Generar la discusión sobre la posibilidad de construir prismas a partir de figuras que representarían caras laterales.

¿Es posible construir prismas con cada una de las siguientes figuras como caras laterales?

- Triángulo equilátero
- Trapezio isósceles
- Paralelogramo
- Rectángulo
- Cuadrado
- Rombo

Tipos de recursos

La inclusión de los distintos recursos debería ser acompañada de un análisis crítico de los mismos por parte del docente. Así por ejemplo se puede discutir sobre las posibilidades y limitaciones del geoplano. El mismo da la posibilidad de una movilidad en las figuras y permite analizar cómo “pasar” de una figura a otra. Por otra parte es necesario observar que elementos de la figura pone de relieve el geoplano. Ahí encontramos que son los lados, representados por las bandas elásticas, lo que se privilegia. Entonces será necesario complementar este trabajo con la incorporación de otros recursos como pueden ser las figuras recortadas en cartón o las figuras trazadas en una hoja.

Una mirada crítica a los programas informáticos

Así también es necesario discutir lo que cada programa informático posibilita o impide. Si nos referimos a las actividades de la XO se podría analizar ¿qué posibilita el TurtleArt y qué no permite? Para luego confrontar con lo que permite o no el Dr. Geo. La incorporación de las actividades mencionadas debe pensarse en función del enriquecimiento del aprendizaje de los alumnos.

En el informe final de la investigación “Los efectos del Plan Ceibal en el desarrollo cognitivo y lingüístico de los niños”⁵(2011) afirmábamos:

“... ¿qué aportan los programas de la XO en el aprendizaje de estos alumnos? ¿Realmente les permiten entrar en el juego matemático? Y en caso de hacerlo ¿qué tipo de gestión debería implementarse por parte de los docentes?

Tradicionalmente se ha cuestionado la utilización mecánica de los instrumentos geométricos. Algunos de los programas de la XO o la gestión de las actividades a partir de ellos, parecería que refuerzan el aspecto mecánico de las representaciones geométricas. ¿Qué sentido le

⁵ Investigación realizada en el marco de CSIC (2008- 2010), coordinada por la Dra. Maren Ulrisken de Viñar y la Psic. Susana Martínez en la que participaron Dra. Beatriz Gabbiani, Fonoaudióloga Rosario Gutiérrez, Maestra Graciela Arámburu, Lic. Beatriz Rodríguez Rava, Psic. Alicia Kachinovsky, Psic. Paula Achard, Psic. Liliana Olivera.



atribuyen los niños a las órdenes que se dan a través de bloques que están configurados en los programas?

¿Cómo puede el alumno conceptualizar las propiedades de una figura a través del manejo de estos bloques? ¿Qué tipo de apoyo necesita para pasar del accionar que le posibilita la XO (espacio físico y tecnológico) a los conocimientos geométricos (espacio conceptualizado)?

Por lo analizado en este estudio, la utilización de los programas de la máquina refuerza el peso de cuestiones vinculadas al espacio físico desdibujando aún más las relativas al espacio geométrico (conceptualizado). ¿No será este un nuevo obstáculo en el aprendizaje geométrico?”

Y posteriormente agregábamos “En tanto la máquina (herramienta tecnológica) sea simplemente un instrumento que sustituye a otros recursos no podemos afirmar que genere una nueva forma de aprendizaje. Las afirmaciones, un tanto comunes, de que ‘con la XO los niños pueden hacer más figuras y mejor realizadas’ nos llevan a cuestionar el concepto de aprendizaje que está implícito. ¿Realmente se piensa que la realización de mayor cantidad de figuras o que las mismas ‘queden mejor trazadas’ genera aprendizajes geométricos?”

Al decir de Brousseau (1986) ‘El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.’ ¿Cuáles serían las respuestas nuevas que estos alumnos podrían generar? En el espacio escolar ¿los programas de la XO realmente se constituyen en un medio factor de contradicciones que le permita concretar nuevos aprendizajes?

La utilización de un nuevo recurso es válida en la medida en que permite poner en juego diferentes conocimientos que ‘jaqueen’ al alumno y le permitan continuar construyendo un concepto.

En este marco consideramos pertinente un análisis crítico de cada programa de la XO para poder pensar en qué aporta de diferente a la utilización de cualquier otro recurso. Esto exige también un profundo análisis de la gestión que el maestro hace de cada actividad que propone.

En qué medida los programas de la XO permiten al docente proponer verdaderos problemas? Y en caso de permitirlo ¿en qué medida la gestión de los mismos por parte del docente posibilita el hacer matemática a los alumnos?

Aprender Matemática es construir el sentido de los conceptos y para ello la resolución de problemas y la reflexión en torno a los mismos se constituye en la actividad matemática por excelencia.

‘Saber Matemática reviste un doble aspecto: Por una parte, es disponer de ciertas nociones, conocimientos, teoremas matemáticos para resolver problemas, interpretar situaciones nuevas. En tal funcionamiento las nociones y los teoremas matemáticos tienen status de herramienta, de recurso. Los



problemas para los cuales un conocimiento es útil dan sentido a ese conocimiento.

Saber matemática es también identificar las nociones y teoremas como elementos de un corpus científico y socialmente reconocido. Es también formular definiciones, enunciar teoremas y demostrarlos. En este caso, las nociones, teoremas tienen status de objeto.”⁶

En este sentido, la enseñanza de la Matemática requiere de situaciones didácticas que problematicen la relación entre el sujeto y el medio, *‘un medio sin intenciones didácticas es claramente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que él adquiera’*. (Brousseau, 1986, 23)

Desde esta perspectiva cuestionamos la utilización acrítica de los programas de la XO, en tanto un mero recurso que permite facilitar los ‘dibujos’ pero no potencia la problematización de la relación del alumno y el medio.

Martinis (2010, 289) afirma

‘... lo importante de la incorporación de tecnologías en la educación pasa por las formas en las cuales se articulan con el proyecto pedagógico que lleva adelante un docente y un colectivo institucional.

No es la tecnología la que define el proyecto, es este quien define las formas de integración más adecuadas desde la perspectiva de una optimización de los espacios educativos.’

En ese sentido nos planteamos en qué medida ingresa la XO en el proyecto de enseñanza de la Matemática en cada institución educativa. ¿De qué manera lo hace? Este debería ser un nuevo desafío para cada colectivo institucional.” (Rodríguez Rava, 2011)

Algunas reflexiones...

Los distintos tipos de actividades y recursos presentados anteriormente dan la posibilidad de problematizar los conocimientos geométricos. Sabemos que esto no es suficiente. Es necesaria una determinada gestión de las mismas. De ahí la importancia de planificar la gestión de cada actividad. Esto exige pensar: ¿qué tipo de discusiones se deberían generar a partir de cada actividad? ¿Cómo provocar interacciones argumentativas entre los alumnos? ¿Qué tipo de preguntas hacer para activar relaciones geométricas?

Las actividades, la forma de gestionarlas son generadoras de una forma de trabajo que promueve determinado tipo de pensamiento en el alumno.

Con respecto a esta forma de trabajo Itzcovich y Sessa afirman: “Sostenemos que son las prácticas que el alumno desarrolle, las actividades que aprenda a realizar a propósito de cada contenido, los problemas que pueda resolver, las nuevas formas de escritura que incorpore

⁶ Secretaría de Educación. Dirección de Currículum. Bs. As.(1995)



para realizarlos, las herramientas que despliegue para validar sus resultados, las que van a ir conformando **su conocimiento** de los distintos objetos involucrados.

La escuela debe proponerse introducir a los alumnos en prácticas de trabajo que se acerquen a aquellas que son propias de la matemática, promoviendo avances en la comprensión de las características que rigen el desarrollo de esta ciencia. En particular, y muy privilegiadamente, se espera que los alumnos lleguen a comprender qué significa y cómo se juega en la matemática, el establecimiento de la verdad...”

De lo que Quino captó tan bien... ¿qué permanece en las prácticas escolares?



No es esta la enseñanza de la Geometría que promovemos.

Bibliografía sugerida

Broitman, Claudia; Itzcovich, Horacio (2005). *Geometría en los primeros años de la EGB: problemas de su enseñanza, problemas para su enseñanza*. En Mabel Panizza (comp.) *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB*. Bs. As. Editorial Paidós.

Colera, José; Gaztelú, Ignacio; García, Emilio (2000). *Matemática 1 Capítulos 10,11 y 12 Selección*. Madrid. Editorial Anaya

Colera, José; Gastelú, Ignacio (1997). *Matemática 2 Capítulo 8*. Madrid. Editorial Anaya

Itzcovich, Horacio (Coord.) (2007). *La matemática escolar*. Capítulo 6. Buenos Aires. Editorial Aique Educación.

Quaranta, María Emilia; Ressa de Moreno, Beatriz (2007). *El copiado de figuras como un problema geométrico para los niños*. En *Revista de Educación Matemática 0 a 5*. La educación de los primeros años. Nº 56. Buenos Aires. Novedades Educativas.

Rodríguez Rava, Beatriz (2005). *Análisis didáctico*. En *Revista Quehacer Educativo* Nº 72. Montevideo. FUM-TEP.

