S.E.M.UR. CUREM2
2° CONGRESO URUGUAYO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Conferencia Regular

¿ÁLGEBRA EN LA ESCUELA PRIMARIA URUGUAYA?[1]

Por el Profesor Ariel Fripp[2] en el marco del 2º Congreso Uruguayo de Educación Matemática (CUREM2) organizado por la S.E.M.UR. 20 y 21 de setiembre de 2010

RESUMEN: El Programa para Educación Inicial y Primaria (2008) incorpora como eje temático el Álgebra por lo cual se hace imprescindible e ineludible su abordaje como objeto de estudio y como objeto de enseñanza.
¿Cuál es el marco en el cual se incluye el Álgebra en el trabajo escolar? ¿Cuál es la concepción de Matemática y en especial de Álgebra que maneja la nueva propuesta programática? Interesa aportar elementos a los maestros de educación primaria que enriquezcan la lectura del texto programático. ¿Cuáles son las vinculaciones que se pueden establecer entre los objetivos del programa escolar, las redes conceptuales presentadas, el listado de contenidos a abordar y las ejemplificaciones que se proponen? ¿Cuáles son las fisuras que se pueden detectar? En ese sentido surge la necesidad de ahondar en dos líneas bien diferentes pero complementarias. Por un lado importa discutir sobre lo que plantean algunas producciones didácticas, en especial aquellas en las cuales se basaron los redactores del nuevo programa, y así situar la discusión sobre la enseñanza del Álgebra en el nivel primario. Por otro lado importa también analizar el Álgebra desde su desarrollo histórico y rescatar algunos elementos que puedan brindar luz sobre las discusiones actuales. ¿Cómo se integra el trabajo de corte algebraico con los restantes ejes temáticos abordados en la escuela?
El programa escolar plantea que el Álgebra ingrese en 4º grado razón por la cual se debería instalar en los colectivos docentes qué cuestiones de las trabajadas en los grados anteriores pueden estar contribuyendo a que el alumno de cuarto grado acceda al trabajo algebraico en mejores condiciones de aprendizaje.
Se propone explicitar cuáles son los puentes posibles de ser tendidos entre los restantes ejes temáticos y el Álgebra. Así se analizarán las regularidades como un aspecto esencial en el trabajo con la Numeración (tanto natural como racional) en escenarios numéricos o geométricos. Las regularidades numéricas como puente entre la Numeración y el Álgebra. Al leer, en el programa escolar, los contenidos que se enumeran bajo el título Álgebra surgen una serie de términos que exigen su abordaje, en primer lugar, como objetos matemáticos. ¿Qué se entiende por patrón? ¿Qué es un número generalizado? ¿Generalizar? ¿Variable? ¿Incógnita? Para que el maestro tome decisiones didácticas relativas a sus prácticas de enseñanza enmarcadas en el eje Álgebra debe poder responder, entre otras, las preguntas formuladas antes.

Hay algunos autores que dicen que formular siempre preguntas es lavarse las manos y no responsabilizarse por lo que se va a hacer. Este no es mi caso. En mí, como profesional de esta área, la pregunta ocupa un lugar muy importante. Creo más en las incertidumbres que en las certezas. El día que tenga certezas de todo, creo que no voy a estar acá parado. Quiero formular siempre preguntas, porque las preguntas nos mueven realmente a nosotros y más en esta profesión. Es bueno estar preguntándonos continuamente cosas.

Entonces, mi pregunta es ***¿Álgebra en la escuela primaria uruguaya?*** No es una pregunta irresponsable, sino que ella invita a cuestionar nuestras certezas.

Preguntarnos *"¿El álgebra en la escuela primaria?"* es preguntarnos por qué el álgebra en la nueva propuesta programática, a partir del 2008. Y preguntarse por qué el álgebra en la nueva

[1] La publicación de la misma contó con la revisión y la aprobación del conferencista.

[2] Profesor de Matemática (IPA), Diploma en Educación (ORT), Maestrando en Educación (ORT)

propuesta programática es una linda excusa para preguntarse cuál es la concepción de álgebra que el Programa está planteando y tiñe, en alguna medida, las prácticas de enseñanza de los maestros. Preguntar también cuál es la concepción de álgebra que el Programa Escolar plantea, es interrogar sobre la concepción de Matemática que se tiene.

Claro, pero uno podría preguntarse; al rastrear en el texto escrito por otras personas -con todo el respeto que merecen quienes lo escribieron-: dónde está el álgebra y dónde está la concepción que aquí subyace, nos tendremos que preguntar en primer lugar dónde buscar esa concepción, porque no hay ningún subtítulo que diga en el Programa: “concepción del álgebra”, “concepción de Matemática”. Hay que saber leer entre líneas como dice Jackson, más que lo que está, hay que buscar entre líneas la información.

Entonces me parece que una cuestión primaria que nos tendríamos que plantear es dónde buscar. Vamos a hacerlo en los grandes componentes, en este Programa. Ustedes saben que más allá de la introducción y de una fundamentación inicial que hay, el Programa se divide en cuatro componentes -uso la palabra “componentes” que es la misma que se utiliza en el texto-:

- fundamentaciones por áreas de disciplina,
- redes conceptuales por área de disciplinas,
- contenidos por área de conocimiento y
- ejemplificaciones.

Yo no voy ahora a precisar qué es lo que entiende el Programa por área y por disciplina, creo que con la idea que podemos compartir entre todos, alcanza. Sí me gustaría analizar cada una de estas partes del Programa para, con la ayuda de ustedes, poder sondear, por qué está el álgebra, qué propone este texto en cuanto al trabajo de álgebra. Para que una vez que lo analicemos, si es que lo detectamos, confrontarlo con mi posición y con la de otros autores y así rescatar algunos aportes para el trabajo en la escuela primaria.

En la página 10 de este Programa se aclara qué es lo que uno puede encontrar en las áreas del conocimiento. Dice que esas áreas se organizaron desde lo epistemológico -o sea que supone que en la redacción se apeló al origen del contenido matemático y algebraico-, y que esas áreas están constituidas por campos de disciplinas en los cuales hay una selección de contenidos. En el Programa dice en realidad “*selección de saberes que están organizados a partir de redes conceptuales*”. Entonces claro, uno va como lector ingenuo, lee la aclaración que me hace de lo que voy a encontrar en el área de conocimiento matemático, y dice: bueno, si los saberes están organizados en redes conceptuales, vamos a las redes conceptuales a ver qué es lo que allí se plantea.

Estoy simplemente marcando ciertos mojones de lectura que me parecen importantes. En Primaria, tal vez que con mayor énfasis que en Secundaria, el docente tiene una gran atención por el texto escrito, por el Programa. En general no hay maestro que no sepa lo que dice el Programa. (…)

Cuando uno comienza el estudio de las redes conceptuales, hay un pequeño texto inicial que explica qué es lo que vamos a encontrar. Y acá me gustaría detenerme un momento.

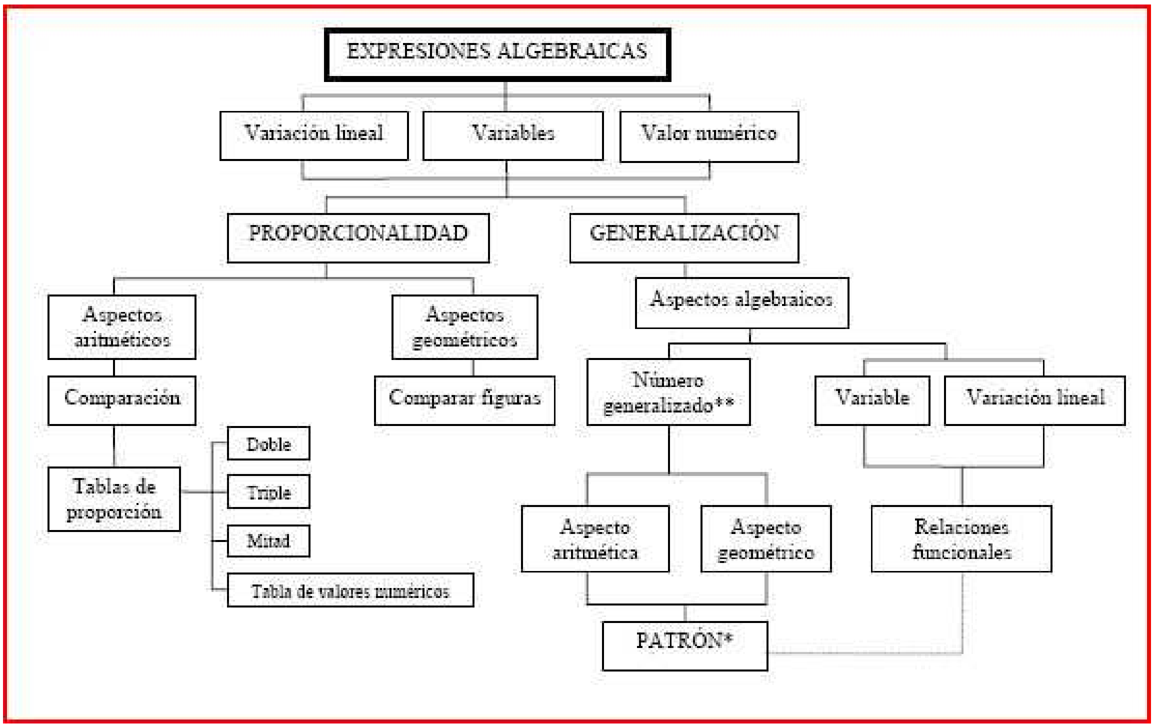
Cuando se plantean las redes, los autores proponen que el propósito de las redes conceptuales es:

> *Las **redes conceptuales** tienen el propósito de:*
> *- Determinar los saberes necesarios a construir por el alumno a lo largo del ciclo escolar.*
> *- Mostrar las relaciones teóricas que explicitan las implicancias epistemológicas del conocimiento que facilitan la construcción de significados.*
> *- Constituirse en herramienta intelectual para el trabajo institucional de los colectivos docentes, al pensar y definir las prácticas de enseñanza desde la autonomía profesional."*
>
> *(pág. 11 del Programa Escolar)*

Entonces me gustaría detenerme un momento ahí….

Me detengo en esas dos cuestiones que subrayé en amarillo. Uno diría: las redes conceptuales me van a dar información en dos puntas: por un lado me van a informar sobre cuáles son los saberes que el alumno va a construir, por lo tanto atienden al derecho del niño a aprender tal contenido matemático, lo cual es muy bueno, y por otro lado brindan herramientas para que el maestro pueda planificar su actividad de enseñanza. Lo plantea *a través de los colectivos docentes,* pero sabemos que de última es el maestro el que va a ordenar sus conocimientos. Entonces, las redes -quiero que esta idea prenda, porque es lo que voy a discutir después con ustedes-, las redes muestran lo que el alumno tiene el derecho de aprender en álgebra y lo que el maestro puede tomar para organizar el contenido algebraico.

Lo que está proyectado en la red conceptual que se presenta en el texto programático referido a álgebra. Aparece bajo el gran título "Álgebra":



(p. 128)

Me gustaría que le demos una mirada rápida, por si no nos hemos acercado a ella, para que podamos captar el esquema de organización que tiene. Comienza con un nodo allá arriba bastante grande que dice "expresiones algebraicas". Si prestamos atención hay como nodos diferenciados. Nodos, me refiero a etiquetas, ¿verdad? Está: "EXPRESIONES ALGEBRAICAS", con mayúscula, al igual que "PROPORCIONALIDAD", "GENERALIZACIÓN" y "PATRÓN". Y después hay pequeños nodos que no están en mayúscula, con lo cual un lector no ingenuo comienza a formularse preguntas. Si acá están organizados los saberes que el alumno tiene derecho a aprender y que el maestro necesita para planificar su práctica de enseñanza, este esquema estaría planteando que "expresiones algebraicas" es uno de esos saberes que el alumno tiene derecho a aprender y sería uno de los saberes que el maestro debería atender al momento de planificar su práctica de enseñanza. Estoy formulando todo en términos de interrogante. Si aparecen los otros tres nodos destacados: "proporcionalidad", "generalización" y "patrón" serían también saberes a atender, tanto para el aprendizaje como para la enseñanza.

Otra pregunta que nos podemos hacer -en una postura, repito, no ingenua en la lectura del texto programático-, frente a una estructura de este tipo, es si lo que está arriba importa más. Seré cuadriculado, estaré organizado de otra manera, pero me da esa impresión. Veo allá arriba como un nodo madre del cual, en especie de diagrama de árbol para abajo, llueven los otros. Repito: a mí me da la impresión. Con lo cual, si fuera así, si la intención fue esa, vuelvo a formular otra pregunta: ¿estamos frente a una red conceptual? Porque las redes conceptuales no muestran jerarquía entre ninguno de los nodos que se presentan. ¿O es simplemente una organización de los contenidos pero no una red conceptual?

Pensemos en una escuela del interior de nuestro país, donde hay un solo maestro, lee este esquema y se puede formular las mismas preguntas que nos formulamos nosotros: ¿expresiones algebraicas es el saber que tiene que aprender un alumno en edad escolar?, ¿y es el saber que tengo que tener en cuenta, en primer lugar como docente, para acercarme al álgebra?

Yo pienso que no. Pienso que no. Y no por una simple opinión personal. Cuando digo opinión me refiero a sin fundamento teórico. Me apoyo en la infinidad de investigaciones a nivel internacional y nacional, las cuales plantean que, justamente, el álgebra - como yo creo que casi todo en materia educativa-, es como un cuchillo con dos filos. ¿Cuál es la mayor potencia del álgebra? ¿Dónde radica la fuerza del álgebra? ¡En el lenguaje! El lenguaje algebraico es como el gran aporte que el álgebra le hace a la Matemática. Pero justamente ese gran aporte tiene un filo que me puede cortar. **Yo no puedo ingresar al pensamiento algebraico, o a actividades algebraicas por el lenguaje. No puedo acceder por lo sintáctico, no puedo acceder por las expresiones algebraicas. Y más en este nivel, más en el nivel escolar[3].** ¿Por qué digo que no? Como veremos más adelante, el álgebra está en 4º año, y sabemos que en Inicial, 1º, 2º y 3º el niño tuvo una certeza muy grande, hasta esa edad, hasta ese grado, en su trabajo con aritmética. Cada símbolo que el niño manejaba para él tenía un significado muy claro: el 3 es 3, el 2 es 2, el 1 es 1. ¿Y vamos a entrar al álgebra justamente por la sintaxis de cómo se escriben y cómo se expresan las relaciones algebraicas? ¿Vamos a entrar por las expresiones algebraicas? Con un poco de lógica uno podría contestarse que no, porque estaríamos pensando en lo sintáctico sobre lo semántico, el cómo se escribe por sobre el qué significa. Y sabemos que esa es una de las grandes tensiones que tiene el álgebra. Una vez que uno entra a lo sintáctico -y acá apelo a compañeros con experiencia en el trabajo en Secundaria-, una vez que uno entra al cómo se escribe el alumno casi que deja de pensar lo que significa. Y así, en un 2º año liceal, si yo expreso 2 x X = 20 viene la pregunta si ese 2 hay que pasarlo como 2 o como -2, cuando en realidad, con un simple conocimiento matemático-aritmético, si me están diciendo de un número que su doble es 20, ese número es 10 y listo, porque manejo lo semántico sobre lo sintáctico. Si esto es peligroso en Ciclo Básico, cuánto más en el nivel primario.

Entonces, vuelvo a la página 11 del Programa, donde se decía lo que íbamos a encontrar en las redes conceptuales. El propósito era "*determinar los saberes necesarios a construir por el alumno a lo largo del ciclo escolar*" y "*constituirse en herramienta intelectual para el trabajo institucional de los colectivos docentes*". Primera cuestión con la que no estoy de acuerdo. No pueden las expresiones algebraicas constituirse en un saber a construir por los alumnos en edad escolar.

Por cierto hay otros nodos que están destacados como la proporcionalidad y la generalización. La proporcionalidad, tal cual lo plantean las autoras mexicanas Butto y Rojano, de las cual se extrae

[3] El destacado es de Uruguay Educa, no del autor.

este mapa conceptual que es casi transcripción del material de Butto-Rojano, aparecen esos otros dos ejes:

- proporcionalidad y
- generalización.

Proporcionalidad es un escenario sumamente interesante y rico para trabajar relaciones de tipo algebraicas. Y generalización es una palabra que a la escuela primaria uruguaya le da como un poquito de miedo decir "generalizar", en el sentido de que *¡no!, el nene no puede generalizar.* Porque se asocia generalizar con abstraer, generalizar con un pensamiento abstracto, que es cierto, lógico-formal. Pero depende qué entiendo yo por generalizar y qué es lo que voy a pretender que un niño en edad escolar generalice. Nuestros niños, formulan razonamientos generales. Y no tienen que esperar a 4º año, para que suene el timbre de 4º año y decir ahora empezamos a generalizar. Un niño en edad escolar dice: *"sí maestra, pusiste 5 + 2 y yo ya sabía que 2 + 5 es 7. ¡2 + 5 es lo mismo que 5 + 2!"* Y uno puede pensar que eso es muy particular; que el nene está pensando en el 2 + 5 y en el 5 + 2. Pero ese niño que formula *2 + 5 es lo mismo que 5 + 2*, tal cual lo demuestra Patricia Sadovsky, no lo está pensando sólo para el 2 y para el 5. Si yo le cambio el 3 + 4 y el 4 + 3, él ya generó una idea bien general que dice que cuando yo sumo dos números naturales, da lo mismo el a + b que el b + a. Eso es pensar en términos generales. Un niño en edad escolar dice: *"yo en Nivel 5 aprendí que 2 + 2 es 4, que 3 + 3 es 6".* La maestra de 1º y la de 2º toman ese niño y lo hacen avanzar en otro tipo de generalizaciones: si 2 + 2 es 4, 20 + 20 es 40, y 200 + 200 es 400. Y comienzan a generar, tipo bola de nieve, otro tipo de razonamientos que un profesor, ortodoxo, de secundaria -como supe serlo en determinado momento-, nos va a decir: *"¡no!, ¡para generalizar necesita formular esa expresión en lenguaje algebraico!"*
Eso sí que no puedo. No estoy ni en el liceo ni en un instituto terciario. No le puedo pedir al niño de menos de 11 años, que maneje el lenguaje algebraico como ni siquiera lo maneja el alumno de 2º año liceal.

Acá intentaré explicar qué es **generalizar** en este nivel. Ahí planteo una definición que había armado para una instancia que tuve hace tiempo con maestros, -me da un poco de cosa porque están dos compañeras acá que fueron mis profesoras, pero es una definición que me gusta y que funciona para lo que quiero trabajar con maestros-.

> Yo sostengo que cuando se generaliza se abstrae aquello que es común y esencial a muchas cosas.

Un niño en edad escolar, para generalizar, tiene que darse cuenta que hay cuestiones que son comunes a una colección de números o de lo que sea y debe comunicarlo de tal forma que lo enunciado sea valedero para cada una de esas cosas, y por lo tanto que sea valedero para todas. Por ejemplo, cuando un niño en edad escolar dice *los números pares son aquellos que terminan en número par o en cero* -como si el cero no fuera par, pero vamos a permitirlo, número par o en cero-. Vamos a suponer que ese enunciado es resultado de una muy buena práctica de enseñanza, en la que se construyó esa idea, y que él lo tiene internalizado. Él se dio cuenta de que todos los números pares cumplen con estas condiciones, y sabe que eso que está enunciando es válido para todos los números de la tabla del dos -como suelen decir también-, pero que además es válido para cada uno de ellos. Este niño está generalizando una regla que hace a todos los números pares. Y a propósito, vieron que yo puse, en un momento: *de tal forma que lo enunciado sea valedero para cada una de estas cosas.* En otro nivel uno podría pensar que enunciar una regla general exige obligatoriamente utilizar notación algebraica.

Rómulo Campos Lins, un investigador brasilero, dice que *un alumno da muestra de conocimiento cuando puede decirlo, explicitarlo, enunciarlo, y a su vez puede dar una explicación de lo que está diciendo.* Campos Lins no descubrió nada nuevo; no alcanza con decirlo, sino que tenés que dar nota de que efectivamente entendés lo que estás diciendo. En ese sentido, si tomo las ideas de Campos Lins, diría que un niño que me dice que números pares… y me da las reglas que dije recién, estaría enunciando a través del lenguaje natural lo que para él es un número par, y después exigiría un momento para fundamentar por qué ese es par, más allá de la regla. Ese niño estaría pensando en algunas cuestiones que hacen a generalizaciones.

El tema es: si podemos entender o compartir esta idea de generalizar, se puede llegar a compartir que no es necesario llegar a cuarto año para que los niños estén generalizando, para que estén formulando enunciados de carácter general. Y puse ejemplos: *el 2 + 2 =4, el 20 + 20= 40*. Y no llegué a 4º año para poder generalizarlo. El tema es qué hago a partir de 4º. Bueno, de alguna manera habría que intentar complejizar algunas de estas generalizaciones.

> *Complejizar* también es un verbo que no sé por qué razón los maestros suelen usarlo como sinónimo de complicar. *"Ah, eso es muy complejo":* dicen, como sinónimo de *eso es muy complicado*. Complejo no es sinónimo de complicado. Complejizar una situación no es sinónimo de complicarla, implica mirarla desde diferentes lugares y enriquecerla. Entonces, lo que estamos proponiendo es, a partir de 4º año se podrían complejizar esas regularidades o esas generalizaciones que los nenes hacen.

Solíamos utilizar con Beatriz Rodríguez Rava, una expresión que dice que este tipo de actividades en las cuales el niño enuncia cuestiones de tipo general, nosotros no las pondríamos bajo el título de Álgebra. Los que hemos estudiado Matemática sabemos que el Álgebra es mucho más que lo que el Programa de Educación Primaria intenta detallar. Y a veces los títulos muy grandes pueden ser muy pomposos y con ellos podemos no estar diciendo nada. Consideramos que estas actividades que intenté ejemplificar, serían actividades de corte algebraico. Una sutileza pero que no es tan sutil. Es muy distinto decir "yo voy a trabajar álgebra en la escuela primaria" a decir "voy a trabajar algunas actividades que tienen un corte algebraico, que tienen un acercamiento al álgebra, que tienen ciertos ribetes algebraicos", pero que tengo que saber que no es álgebra. ¿Por qué digo esto? Porque si no somos conscientes de esta diferenciación, el maestro se sentiría en todo el derecho a decir que en la enseñanza primaria ellos trabajan el conjunto de los números enteros negativos, por el simple hecho de que, por ahí en alguna práctica, se trabaja con temperaturas por debajo de cero grado. Entonces, por haber trabajado en dos clases o en tres, en una coordinación con Ciencias Naturales, el -2°, el -5°, ¿eso habilita a decir que trabajo el conjunto de los enteros negativos? Me parece que no. Y no deshabilita el trabajo del maestro, simplemente ubica las cosas en el lugar que están.

Vuelvo al mismo comentario que hice hoy al principio: pensemos por favor no en el maestro de Montevideo que tiene a los colegas que lo rodean, que tiene a los Inspectores cercanos, al Director y al Magisterio, sino en el Maestro que está en el interior del país, que está solo, y que leyó que tiene que trabajar "Álgebra", ¿y qué es lo que va a hacer? Con suerte va a recurrir, en la ciudad capital, a preguntarle a algún profesor de Matemática de los que trabajan en Secundaria, ¿qué es lo que hay que trabajar?, porque no lo entiende, y el profesor de Secundaria, con la mejor de las intenciones ¿qué es lo que va a hacer? Le va a decir lo que él sabe que es Álgebra, para Secundaria. Entonces, estas cuestiones, de delimitar exactamente los campos de responsabilidades, más que desmerecer el trabajo del maestro, es valorarlo, y saber efectivamente lo que el maestro puede hacer, y tranquilizarlo, bajar "la pelota al piso". No voy a estar trabajando álgebra, voy a estar trabajando algunas actividades que tienen cierto corte algebraico.

Antes de pasar a ver algunas actividades concretas para discutir con ustedes, quiero marcar otras de las cuestiones que aparecen en el Programa y que no son compartidas por mí, y que sí podría ser lo que el profesor de Secundaria le comente a ese maestro que está solo en el medio del país, cuando le pregunte: *¿Y bueno, qué tengo que hacer de álgebra? Bueno, hay que empezar a trabajar con letras.* Esa es una respuesta bastante rápida. "*Hay que hacer… ¿no te acordás lo que hacías en el liceo, con las "x" y con las "y", las ecuaciones, las inecuaciones?*" Y ahí al maestro le empieza a dar un dolor de estómago porque rememora lo que… sufrió, lo que le hacíamos sufrir los que teníamos cursos a cargo. Lo que le dijo el profesor de secundaria al maestro, el Programa lo reafirma en cierta manera, porque en la página 67 plantea:

> *"La enseñanza de los números y de las operaciones a lo largo de la escolaridad le da continuidad al mundo de los números concretos en aritmética y en cuarto grado se inicia un proceso de sustitución de esos números concretos por letras."*
>
> *(pág. 67 del Programa Escolar)*

O sea que le está diciendo al maestro: -*bueno, maestro, ¿vos tenías el grupo de tercero? Bien. ¿Qué tenés que dar el año que viene? Cuarto año.*

-*"La quedaste", porque a partir de 4º, vos vas a tener que sustituir los números, concretos, por letras.*

Y el maestro dice. “*bueno, ¿eso es Álgebra? Entonces Álgebra es cambiar números por letras, o sea lo que me dijo el Profesor de Matemática de la capital, cuando fui, era cierto. ¿Es eso lo que tengo que hacer?”* Entonces comienza el maestro a preocuparse por la sintaxis más que por la semántica. Empieza a preocuparse, ¡en este nivel!, a enseñarles a los nenes cómo escribir, cómo cambiar los números por letras, más que preocuparse en lo que efectivamente significa.

Unamos, por lo menos en nuestra cabeza -y acá apelo a la inteligencia de ustedes-, unamos esto que no comparto con lo que planteé hoy de los saberes necesarios a construir por el niño.

Volvemos a lo mismo: ¿cuál es la intención? ¿Queremos que el niño, a partir de 4º año cambie los números por letras? ¿4º año? … ¿Ubicamos la edad, verdad? Quienes trabajan en Primaria saben bien de qué edad estoy hablando. Estoy hablando de 9, 10 años. Lo que estamos planteando es, que a los 9 años, la certeza en el trabajo aritmético que tiene el nene comience a cambiarla por letras. Eso es lo que plantea el texto, y sobre eso nos estamos interrogando hoy. Si es eso, entonces tenemos que preguntarnos cuáles son las actividades que van en ese sentido. Si consideramos que eso no es lo pertinente, tendríamos que pensar igual, qué es lo que efectivamente se podría hacer a los 9 años que facilita el trabajo de corte algebraico.

¿Cuáles son los contenidos que plantea el programa a partir de 4º, y dónde podríamos encontrar estas cuestiones que estuvimos discutiendo?

Los contenidos que plantea el Programa para 4º, 5º y 6º grado, son los que están detallados aquí.

4º AÑO	5º AÑO	6º AÑO
El patrón. El número generalizado.	La variable como expresión del número generalizado.	La variable como expresión del número desconocido.
ASPECTO GEOMÉTRICO		
El número de diagonales de un polígono convexo desde un vértice. La triangulación: el número de triángulos interiores a un polígono convexo utilizando las diagonales.	Las relaciones entre número de caras y polígonos de la base en prismas y pirámides. El número de diagonales de un polígono convexo. La suma de ángulos interiores de los polígonos.	Las relaciones entre número de aristas y número de vértices en relación con el polígono de la base en prismas y pirámides. La expresión de la relación. El valor numérico. El número de rectas que se forman a partir del número de puntos no alineados tres a tres.

Aquellos que son maestros y que han leído este Programa, tienen en su cabeza la diagramación del texto. Están estas tres cuestiones arriba, en negrita detalladas, y debajo aparecen algunas ejemplificaciones.

En la página 10 de este texto, dice que en el Programa sólo va a aparecer **los qué enseñar**, no **los cómo hacerlo**. Pero en las tres cuestiones que están debajo de los encabezados aparecen **ejemplos de actividades**.

Si el Programa plantea *qué enseñar*, no voy a presentar ejemplificaciones, sino *contenidos*. Son ejemplos para trabajar estos contenidos: *la cantidad de diagonales de un polígono*. En otro nivel educativo, podré decir, sí, eso es un contenido, pero para primaria es un ejemplo. Es un tipo de actividad que puedo tomar como escenario para abordar **el patrón, el número generalizado** y **la variable**. Si sintetizamos esas tres propuestas, estas tres palabras, serían las que sintetizan lo que el programa dice: patrón, número generalizado…

En el Programa hay solamente una definición para **patrón**, mejor dicho, hay un asterisco en la red conceptual que enseñamos hace un ratito, sobre patrón. Y para **número generalizado** hay una llamada que plantea "*número muy grande*".

Desde mi lugar, intento interpretar el texto escrito por otros con el mayor de los respetos. Pero respeto mi profesión también y me tengo que parar técnicamente en estas cuestiones. He intentado construir una idea de **número generalizado**, más allá de la que se plantea en el texto.

Vamos a ver cómo se relacionan estas tres palabras: **patrón, número generalizado** y **variable.**

Uno podría rastrear la idea de patrón que todos tenemos en la cabeza, y construir acá, colectivamente una idea de patrón. ¿Qué significa **patrón**? Yo voy a preguntar, ¿qué es para vos un patrón? Y podés decir lo que se te ocurra: es el jefe, una regularidad, una estructura que se repite, que se aparece, que se regula.

Si vamos a las raíces - no soy especialista en lengua-, pero lo que hay en las raíces de todo esto, el patrón es el que manda y el que dice lo que tenés que hacer. Es el que te regula…, el patrón de medida, es algo que se está repitiendo y que de cierta manera está diciendo lo que tenés que hacer; repetirlo, fraccionarlo y demás. La estructura y las cuestiones que se repiten también mantienen algunas de estas cuestiones que estoy diciendo. Entonces, uno podría pensar que **patrón** es algo que se está repitiendo, algo regular, algo que puedo visualizarlo, en el sentido de detectarlo, voy más allá de percibirlo. Porque ahora puedo escribir acá en el pizarrón, una serie de números, que yo sé cuál fue el *patrón* que tuve en cuenta para escribirlos, se los muestro, y tal vez que acá nadie… Percibimos esos números pero no somos capaces de… *Visualizar*, como dice Eisner[4] *es mirar con el ojo ilustrado.* Es decir, un ojo que tiene teoría atrás. Cualquier persona

[4] Eisner, Elliot W. (1998) *El ojo ilustrado. Evaluación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. Paidós Educador. Barcelona

puede mirar. Pero aquí no quiero que perciban, sino que quiero que visualicen, que miren con teoría, que ilustren su ojo. Entonces, trabajar con patrón, ¿qué sería? Visualizar. Y en ese sentido utilizo la palabra visualizar. Explicitarlo, me refiero a poder efectivamente decir cuál es, y registrarlo.

En el nivel primario son bien importantes estas tres cuestiones. Uno podría decir: *"bueno, sí pero al explicitarlo, ¿no lo estás registrando en forma oral?"* Con los niños, si no se planifican estas cuestiones, el nene puede visualizar el patrón, puede explicitarlo para eso que se dio cuenta y lo pensó, pero la actividad es la que tiene que obligarlo a registrar. Si queremos acercarlos a actividades de corte algebraico, son las actividades, los problemas, los contextos los que tienen que obligar –en el buen sentido- a comenzar a construir una idea que acerque al niño, en otros niveles educativos, a valorar la potencia que pueden llegar a tener las expresiones algebraicas.

¿Por qué recalco el tema de las actividades? Porque qué poco valdría que el maestro dijera:

-*¿Vieron que los números se están multiplicando por 2? Cada número es el doble del anterior.* Y que el maestro escribiera: - *Los números se obtienen multiplicando al anterior por 2.*

Pensará el niño: "¡Y qué me importa! Y sí, lo copio como copié ayer que Artigas nació en tal fecha".

Es la situación la que debe obligar a que el niño tenga que registrar ese patrón. Por lo tanto, cuando planteo *registrar*, me refiero a que la actividad obligue al niño a registrar.

¿Y cómo registro el patrón? Soy un defensor a muerte del Idioma Español, en cualquier nivel educativo, pero en Primaria, con más razón. Puedo registrar en español. El niño toma el lápiz y escribe: "*Vi que estos números, maestra, se obtienen sumándole al anterior siempre tal cosa".* O que: *"en esta lista de figuras que escribió usted",* y escribe…, y escribe…

Nuestra lengua materna es la que estructura nuestro pensamiento, en un primer momento. Entonces por qué a los 9 años vamos a obligar al niño a que deje de funcionar cognitivamente con el sustento del idioma español para pasar a funcionar con el lenguaje algebraico. Es como obligarlos a hacer algo para lo que aún no están prontos.

Entonces, yo puedo registrar utilizando idioma español. Creo que aquel alumno que es capaz de visualizar regularidades, explicitarlas y registrarlas, en el mejor romance, en español, tiene el terreno totalmente limpio de malezas para un trabajo sintáctico-algebraico en cuanto a la notación convencional.

Pero el Programa planteaba como contenidos, que además del **patrón**, hay que trabajar la **variable**. (Utilicé el término "variable" que es el que utiliza el Programa)

Entonces, una opción de registro de un patrón, puede ser utilizando…, voy a ser un poco más castellano, más llano: utilizar una letra. Ya que si estoy diciendo que estos números se obtuvieron siempre multiplicando por 2 a cualquier otro número, podría -y los maestros son los que conocen más a sus niños- escribir en algún momento que estos números se obtuvieron haciendo *2 x a; el doble de a,* donde *a* sea en este caso un número natural y cualquiera.

Claro, y acá viene la construcción que he intentado hacer, de número generalizado. He querido creer que por número generalizado se está intentando definir lo siguiente:

2 x 0 = **0**

2 x 1 = **2**

2 x 2 = **4**

2 x 3 = **6**

2 x 4 = **8**

… → **2 x n**

La querida tabla del 2 que está en todas las clases, de 2º año en adelante. Cualquiera de estos números es un número par. El niño dice *"está en la tabla del 2".*

El maestro, en actividades con sus niños, puede llegar a preguntar y a construir con ellos cómo se obtiene un número par. Y los nenes, respondiendo a la tabla o con cualquier otro tipo de razonamiento: "siempre *haciendo 2 x un número cualquiera"* -dicen ellos-.

Por un *número cualquiera*, sabemos que en este nivel no están pensando ni en Π, ni en $\sqrt{3}$, ni en $-5/4$. Un *número cualquiera*, para un niño de esta edad es un número natural. Entonces, encontró el número par haciendo 2 x cualquier número.

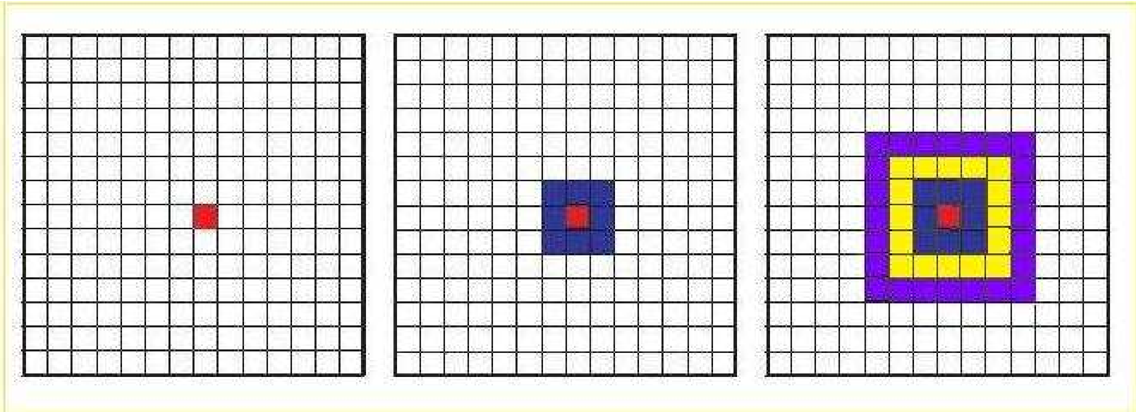
Entonces, esta expresión: **2 x un número natural cualquiera** (2 x *n*), sería una forma de generalizar o de escribir a cualquier número natural, ¿verdad? Esta expresión engloba o representa a este, -vamos a poner *n* x 4-, pero representa, a su vez, a cualquiera de ellos. Quiero creer, que a esta expresión (2 x *n*) es a la que le están llamando *número generalizado*. Este sería el número par generalizado. Repito: quiero creer. No he tenido una respuesta clara. De mi lectura del Programa es lo que creo intuir. Estos serían los números pares (0, 2, 4, 6, 8…), y esto sería el número par generalizado (2 x *n*).

Más allá de eso, lo que quiero, más allá del nombre, ¿verdad?, porque con el niño no voy a trabajar la etiqueta *"número generalizado",* para que sepa qué es el número generalizado. Lo que quiero son acciones que contribuyan a actividades de corte algebraico. Entonces, lo que más interesa es ver el procedimiento: yo detecté algo, lo registro, lo puedo registrar en español o tal vez puedo comenzar a registrarlo utilizando alguna letra.

Vamos a ver una posible actividad de Álgebra, para la escuela primaria.[5]

Para los que lo hayan leído, lo que traje hoy para compartir es una secuencia que nació a raíz de esta actividad.

Acá hay un cuentito, en cuanto al problema; dice que Marcela, que es una niña, tenía en hoja cuadriculada, un cuadrado rojo pintado, un cuadrado inicial, y luego comenzó a pintar cuadrados alrededor. Pintó unos azules, después pintó los amarillos y después pintó los violetas, y así siguió pintando.



Entonces, la actividad dice: teniendo en cuenta lo que Marcela estaba haciendo, lo que Marcela empezó a hacer o lo que Marcela hizo, intenta completar esta tabla.

1ª vuelta	Pinta 8 cuadraditos
2ª vuelta	Pinta 16 cuadraditos
3ª vuelta	Pinta 24 cuadraditos
4ª vuelta	Pinta…
5ª vuelta	Pinta…
20ª vuelta	…

[5] Versión digital en: http://www.quehacereducativo.edu.uy/docs/ad980451_qe%2093%20008.pdf, con acceso el 8-10-2010.

Y se da una tabla en la cual, en la primera vuelta, se da la información que Marcela pintó 8 cuadrados, en la segunda pintó 16, en la tercera pintó 24 y en la cuarta ya no dice cuántos.

¿Hay un patrón ahí? Yo no le expliqué lo que es patrón. Esta actividad fue planteada en un 5° año, con niños que en 4° no habían tenido álgebra, o sea, eran niños que recién empezaban con el trabajo. Ellos enseguida dijeron cosas: *"Ah, mirá, va de 8 en 8".*

Sabemos, quienes trabajamos Didáctica de la Matemática, que el pensamiento aditivo es el que surge en primer lugar, ¿verdad? Lo multiplicativo y lo proporcional es más costoso, aún en 5° año.

Comenzaron a ver que sí, que en la primera había 8, en el dos 16 y en el tres 24. Comienzan a ver efectivamente, cuestiones que se están repitiendo. Para la cuarta vuelta ya saben perfectamente cuántos colocar, aún trabajando en forma aditiva o recurrente. Y acá viene la intención del maestro:

-*Bien, tú visualizaste el patrón*. Si no se pregunta nada más la actividad termina ahí; completé la tabla y ni me enteré lo que los niños pusieron en juego.

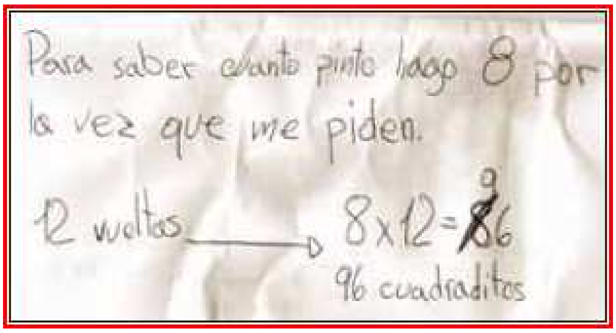
¿Cuál sería la intervención esperada, del maestro? Podría ser *no seguir de a uno*, ¿verdad? Porque si no, la proporcionalidad nunca aparece. Pegan un buen salto. Porque en la vuelta número 10 ¿qué pasará? La vuelta número 10 se puede resolver de varias maneras –y seguro me darán la razón. Hay nenes que pintan hasta la vuelta número 10. Y así le diera la vuelta número 80, hay algunos nenes que dicen: *"tá, pintá todo".*

> Pero hay otros que aquello que visualizaron, comienzan a explicitarlo y tenerlo en cuenta como herramienta para resolver la situación. Y acá no quiere decir que esté complicando, como dicen algunos maestros: *"le estás poniendo una trampita al problema".* ¡No! Estoy complejizando, estoy "pegando un salto" para poner este patrón en juego.

Comparto con ustedes lo que Marcela, justamente, escribió al resolver este problema.

La maestra había intervenido pidiendo la vuelta 20, creo que fue en este caso. Yo le pedí si me dejaba intervenir. Me dijo que sí y les dije: "*ahora quiero que ustedes me cuenten, pero por escrito, cómo hicieron, cómo hacen para saber cuántos cuadraditos hay en cada vuelta".*

Y Marcela escribió esto:



Esta niña, de 5° año, para mí con ese enunciado en idioma español y esa ejemplificación, comprendió. Alguien puede decir: *"no seas malo, te dio un caso nomás, para el caso 12. ¿Cómo sabés que esta nena efectivamente logró generalizar la situación?"*

¡Lo tengo acá arriba! Esta niña generalizó sin ningún problema. Pudo detectar lo que es común a todos esos números, pudo expresar en su lengua materna una oración que da cuenta de esta propiedad común, y decir que: *cualquiera de los números de la derecha lo obtengo haciendo 8 por "la vez que me piden",* es un método general de encontrar la cantidad de cuadraditos.

Para mí esta niña está generalizando y está trabajando en actividad de corte algebraico.

Mi pregunta es ¿dónde está la letra? ¿Dónde está la "x"? *-En "la vez que me piden".*

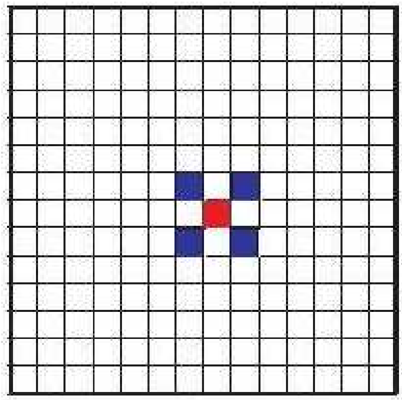
No hay necesidad de recurrir a la letra "*x*" para afirmar que se está trabajando actividades de corte algebraico.

Si me interesa trabajar actividades que tengan cierto corte algebraico, lo importante es construir mecanismos que le permitan al alumno encontrar lo que es común a algunas cuestiones y eso convertirlo en objeto que le permita resolver otras situaciones.

Vamos a plantear una variante de esta actividad.

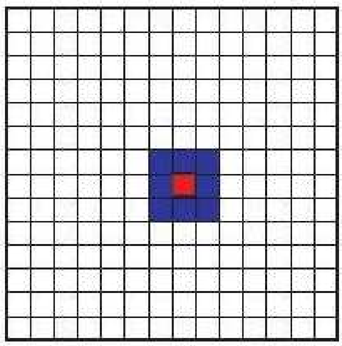
Vieron el anterior; si pensamos que…, imagínense que esto fuera un fuerte, que hay que rodearlo, que hay que hacerle un cerco para que nadie pueda acceder a ese fuerte. Cuando yo lo rodeo bien, no hay ningún lugar por el que pueda entrar.

Pero podría construir, rodeándolo, un cerco que le podríamos llamar un *cerco débil*, en el sentido de tener un cuadrado rojo inicial, que lo rodeo también con cuadraditos azules, pero que no lo rodeo en forma compacta, lo rodeo compartiendo simplemente los vértices.

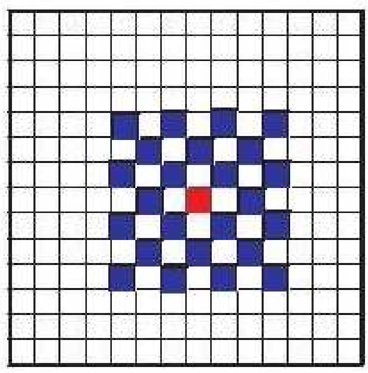


Esto ocurrió en otra clase de 5° año, donde la maestra, en forma oral, planteó el problema anterior. Dijo: *pinten un cuadradito rojo y rodéenlo con cuadrados azules.*

Hubo nenes que hicieron esto, que era lo que ella pensaba.



Pero hubo otros nenes que hicieron esto:



1ª vuelta	4 cuadraditos
2ª vuelta	8 cuadraditos
3ª vuelta	16 cuadraditos
4ª vuelta	

La intención inicial de la maestra no era trabajar con este tipo de representación, pero igual lo hizo… porque… ¿cuál era el objetivo? ¡Buscar mecanismos de generalización!

¿Y qué ocurre acá cuando le pedíamos completar la tabla? De nuevo hay una regularidad. No es la misma que la explicitada antes, pero es una regularidad al fin: 4, 8, 12…, va *de 4 en 4*, o *número de vuelta x 4*, ¿verdad?

Diríamos nosotros, y podrían llegar a decir los niños también: *son los múltiplos de 4; son los de la tabla del 4.*

Bien, la tabla del 4 y los múltiplos de 4, si esto es **número generalizado**, podría llegar a escribirlo, pero no entro yo por acá. Pienso y voy a proyectar nuevamente el mapa conceptual que vimos hace un rato: primer nodo *"Expresiones algebraicas".* Yo lo eliminé; no lo pienso; pienso más bien actividades que le den significado, y después, si se puede… cuando digo "si se puede": si hay necesidad de parte del niño, tal vez que pueda llegar a esto (*n* x 4), pero no es mi puerta de entrada. Esto no está en mi nodo principal de la red conceptual. Está por ahí, tal vez que pueda llegar, yo no lo quiero negar, pero no quiero obligarlo a eso.

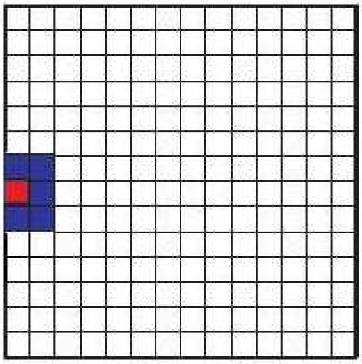
A veces ocurre en Primaria, no digo a veces, creo que la mayoría de las veces, ocurre que el argumento adulto de: *bueno, vamos a hacerlo porque es más fácil*, y no sólo en el eje de álgebra, en casi todo…, pensemos con las operaciones, el maestro que intenta convencer a los niños que es más fácil, más económico, más rápido, más efectivo el algoritmo convencional para hacer una división, cuando para el nene, más rápido, más efectivo y más económico: ¡el propio! ¡Y lo digo por experiencia personal! Pasaron toda la escuela, los maestros, tratando de convencerme que hiciera la división como querían ellos. Yo dividía rápidamente con otro algoritmo. Para mí era más rápido, más económico y efectivo. Entonces, hay que tener cuidado, a veces, con el argumento de que "es más fácil".

Para Marcela le era fácil enunciarlo así (*"para saber cuánto pinto hago 8 x la vez que me piden").*

(…)

De todo eso hay que pensar lo siguiente: el niño no viene con una marca en su genoma que dice *"para trabajar álgebra debo utilizar la x".* Es un producto de las prácticas de enseñanza. Son concepciones generadas cuando el alumno interviene en nuestras prácticas de enseñanza. En materia "educativa" uno tiene que tratar de controlar las concepciones que el alumno va construyendo. Y son interesantes, porque mantenemos el adecuado control del proceso. Pero hay toda una serie de concepciones construidas por el alumno que son incontrolables.

Pero a veces, esas cuestiones que construye el alumno son las que le funcionan, porque como las que el maestro le plantea son casi siempre las mismas, porque acá hay una idea que es errónea pero que le funcionó.



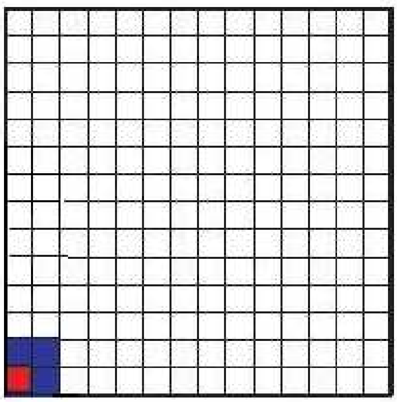
Bien, yo lo que hice fue: el trabajo de Marcela, que está en esa publicación que ustedes ya deben haber visto; lo que hice fue moverlo, simplemente. El cuadradito de Marcela, el cuadradito original, lo ubiqué en un costado.

Y uno puedo decir: -*bueno, sí, ¿pero qué cambia?*

Muchas veces el maestro de educación primaria se desvive buscando problemitas para cada cosa, se desvive buscando problemas en distintos contextos. Y lo que termina haciendo es cambiando el problema que trataba del kiosco en el cual compraba alfajores, por el problema del almacén en el cual compra caramelos. Y la estructura es exactamente la misma. Lo importante es ver que a veces, con una sola idea, como era esta del cuadrado, uno puede efectivamente marcar algunas variantes y construir o conformar una especie de secuencia, moviendo simplemente el cuadrado de lugar.

Acá aparece otro patrón también que podría llegar a interesar, pero me gustaría llegar al último.

¿Qué pasa si al cuadradito lo pongo en una esquina?



Si pienso en los cuadrados pintados, -imaginemos que este cuadrado rojo no lo tiene Marcela sino que también tuvo que pintarlo-, Marcela pintó la primera vez 1, la segunda vez 3, la tercera vez 5, 7, 9, 11, 13 y demás. Es decir que Marcela está trabajando con los *números impares*, ¿verdad?

En el Programa Escolar, en las ejemplificaciones que están bajo los tres contenidos para 4º, 5º y 6º grado, aparece una expresión que dice: *"los cuadrados perfectos como suma de impares consecutivos."* Esto les ha causado un dolor de cabeza muy grande a los maestros.

Si nos remitimos a la página 10, eso sería un contenido, y a mí me recorre un frío por la espalda; más allá de complicado, porque es algo elemental, pero, mi frío corre por el hecho de imaginarme a los maestros y la tensión que les provoca trabajar esto sin saber muy bien porqué.

Si miramos efectivamente la "*suma de los impares consecutivos",* 1 + 3 me dio 4; 1 + 3 + 5 me dio este cuadrado de 3 x 3. O sea que yo puedo ir sumando los impares consecutivos y voy generando cuadrados.

Me decía un maestro: -*¿por qué le llaman perfecto si los cuadrados ya lo son?*

El 4, el 16, el 9, son cuadrados. Entonces. El Programa plantea como un ejemplo eso, que está… ¡para mí es un ejemplo! -lo plantea como un contenido-, causa temor a los maestros, pero eso puedo incluirlo como una actividad más, si es que quiero cumplir al pie de la letra lo que el Programa establece.

¿Qué es lo que yo efectivamente quisiera compartir con ustedes? Cuál es mi respuesta a la pregunta inicial: ¿Álgebra en la escuela primaria uruguaya?

Quisiera compartir la **concepción de Álgebra** que maneja Vallejo, un pensador español -miren la fecha en la cual Vallejo plantea esta idea: 1841-, que me parece que se adecua de maravillas al trabajo escolar. Vallejo -y si me permiten lo voy a leer-, Vallejo planteaba en 1841:

> *"Los números, como todos los objetos del conocimiento humano, se pueden considerar en general y en particular. Es decir, bajo la relación de sus leyes y bajo la de sus hechos. Por ejemplo esta proposición: la suma de un número multiplicado por su diferencia es igual a la diferencia de sus cuadrados."*

Es una ley, porque se aplica generalmente a todos ellos. Mientras que esta: 11 multiplicado por 5 es igual a 55, es un hecho de dos números, porque solo se aplica a los números 11, 5 para que dé 55. Y dice Vallejo:

> *"Esta distinción divide a la ciencia de los números en dos ramas generales, de las cuales, la que trata de leyes es el Álgebra, y la que trata de hechos es la Aritmética."*

¿Por qué a mí me gusta para el trabajo en educación primaria? Porque considero que el niño en edad escolar trabaja con muchos hechos. Como dije hoy: *2 + 2 es 4; 3 + 3 es 6*; *después de un número que termina en 9 viene un número que termina en 0; antes de un número que termina en 0, siempre hay uno que termina en 9*. Son hechos. Pero justamente, la gestión del maestro puede convertir, sin necesidad de recurrir a la letra “x”, esos hechos, en leyes; esas cuestiones puntuales, en cuestiones que se cumplen siempre. Y ese *siempre* no tenemos que tener temor a decirlo. Sabemos que en otros conjuntos eso no se cumplirá, pero en este momento, para ese niño y para esa edad, la afirmación “siempre” es adecuada, ahí, para ese momento. Qué vamos decirle: ¿que la conmutativa se cumple si yo trabajo con “tal cosa”? ¡¿Qué le importa al nene?! Convertir los hechos en leyes, considero que estaríamos habilitados a hacerlo, quienes trabajamos y tenemos responsabilidades en la enseñanza primaria, con nuestros alumnos. Y esta es mi respuesta a la pregunta inicial:

> ***¿Álgebra en la escuela primaria?*** **Digo sí a las actividades de corte algebraico, que habilitan a que nuestros niños comiencen a pensar en aquellas cuestiones que se cumplen siempre.**[6]

Y esto es lo que tenía para compartir con ustedes, compañeros, en este ratito. No sé si alguien tiene alguna pregunta…

En el extenso que me pidieron que entregara, dejo toda esta bibliografía que está ahí, ustedes van a poder acceder. El material de Butto y Rojano, lo recomiendo mucho.

Les hago un pequeño comentario: con el material de Sessa de *Iniciación al estudio didáctico del Álgebra*, que está en nuestro medio y circula mucho, tenemos que ser cuidadosos. Carmen escribió para alumnos en edad liceal y todo lo que se presenta ahí es para alumnos en edad liceal. Y está analizado por ella diciendo: “cuidado, esto es para alumnos de más de 13 años”. Y muestra algunas reflexiones de lo que podría llegar a ocurrir si los trabajáramos antes. Es bueno tenerlo claro, ¿verdad?, porque uno puede considerar que sus aportes serían pertinentes para el nivel escolar, y definitivamente no lo son.

Montevideo, 21 de setiembre de 2010

Grabación, desgrabación y edición: Maestra Esther Moleri – Uruguay Educa
Revisión-corrección: Profesor Ariel Fripp
Corrección de estilo: Prof. Silvia Núñez

[6] Resaltado de Uruguay Educa, no del autor.